

**PROGRAMME DE COLLE 18 : COLLE DEUX EN UN****1. Cours : PRODUITS SCALAIRES RÉELS (début)**

Définition d'une forme bilinéaire, d'une forme bilinéaire symétrique, d'une forme bilinéaire positive et d'une forme bilinéaire définie positif.

Produit Scalaire, espace Pré-hilbertien réel (espace vectoriel munit d'un P.S.) et espace euclidien (espace vectoriel de dimension finie munit d'un P.S.). Norme, distance euclidiennes associés à un P.S.

Exemples de PHR :  $\mathbb{R}^n$  et son P.S. canonique, les P.S. définis avec une intégrale et  $\ell^2(\mathbb{R})$  (séries de carré convergente).

☐ Expression matriciel du P.S. :  $X^TAY$  et  $X^TY$ .

Relation de polarisation entre produit scalaire et norme. Identité du parallélogramme.

Base OTN, expression du PS dans une base OTN, Expression Matriciel du P.S.,

☐ Procédé d'orthonormalisation de Gram-Schmidt.

Orthogonal d'un sous-ensemble de  $E : F^\perp$ , propriétés.

☐ Théorème : Si  $E = F \oplus G$  et  $F \perp G$  alors  $G = F^\perp$ .

☐ **Théorème fondamental** : Si  $F$  est un SEV de dimension finie d'un PHR  $E$ , alors  $F \oplus F^\perp = E$ .

☐ Projection orthogonale, expression dans une base OTN, distance vecteur-SEV.

☐ Isomorphisme canonique entre un espace euclidien et son dual.

**2. PROBABILITÉS et SÉRIES ENTIÈRES :****Révisions (TOUTE LA COLLE N°7) + COLLE N°17****FONCTIONS GÉNÉRATRICES : cours et exercices**

Définition- Proposition

Régularité-caractérisation de  $X$

Utilisation de  $G_X$  pour calculer les moments de  $X$

☐  $X$  admet une espérance finie **SSI**  $G_X$  est dérivable en 1 et dans ce cas  $G'_X(1) = E(X)$ .

☐  $X$  admet une variance finie **SSI**  $G_X$  est deux fois dérivable en 1 et dans ce cas  $G''_X(1) = E(X(X-1))$ .

Fonction génératrice d'une somme finie de VADR. Application à la somme de 2 "Poisson".

Application aux lois usuelles.

**Prévisions** : Produits scalaires suite et fin