SPE MP ······ 2024-2025

PROGRAMME DE COLLE 22

Exercice : TOUT SUR LES EVN (PROGRAMME DE COLLE n° 12)

Cours et Exercice : FONCTIONS DE PLUSIEURS VARIABLES (début)

• Tout les espace vectoriels sont de dimensions finies sur $\mathbb{R}$.

• **Fonctions différentiables** - différentielle - notation : $df(a)$.

• Unicité de la différentielle.

• Dérivée selon un vecteur non nul. Dérivées partielles dans une base. Lien avec la différentiabilité, expression de la différentielle dans une base.

• Si f est **différentiable** en a **alors** i) f est **continue** en a, ii) f est **dérivable selon tout vecteur** $\overrightarrow{h}$ et

$$\boxed{\mathrm{D}_{\overrightarrow{h}} f(a) = \mathrm{d}f(a)(\overrightarrow{h})}.$$

• Fonction de classe C^1 : différentiable et sa différentielle est continue sur U.

Théorème fondamental : Si f admet des dérivées partielles dans une base et qui sont toutes continue sur l'ouvert U alors f est C^1 sur l'ouvert U *(démonstration non exigible : faite en classe dans le cas particulier $f : U = \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$).*

• **Exemple** : Si on note l'application **det** : f. Calcul de $\dfrac{\partial f}{\partial E_{i,j}}(M)$, f est C^1 sur $\mathcal{M}_n(\mathbb{R})$, et expression de $\mathrm{d}f(M)(H)$ à l'aide de la comatrice.

• Opérations sur les différentielles : $B(f, g)$, composée, application fondamentale :

• Dérivation de $t \longmapsto f(u_1(t), \dots, u_p(t))$ et généralisation avec la règle de la chaine.

• Si f est une application de classe C^1 de Ω dans F, si γ est une application de classe C^1 de $[0, 1]$ dans Ω, si $\gamma(0) = a, \gamma(1) = b$, alors : $f(b) - f(a) = \displaystyle\int_0^1 df(\gamma(t)) \cdot \gamma'(t)\,\mathrm{d}t$.

Si Ω est connexe par arcs, caractérisation des fonctions constantes sur Ω. • Démonstration pour Ω convexe.

Prévisions : Pas de prévisions, les colles **23 - 24 - 25** se feront au troisième trimestre sous forme de 2 oraux blancs.

Merci pour votre collaboration fructueuse pour les étudiants et à bientôt.