

DS 8 (CCinP) (4 heures)

Optique, Mécanique

La calculatrice est **autorisée**

La plus grande importance sera apportée au soin de la copie ainsi qu'à la clarté des raisonnements. Toute réponse, même qualitative, se doit d'être justifiée. Les affirmations, même justes, mais non justifiées ne seront pas prises en compte. Les résultats doivent être **encadrés**.

En cas de non respect de ces consignes, un malus sera attribué à la copie comme indiqué dans les tableaux suivants qui stipulent les critères et les effets sur la note le cas échéant :

Critère	Indicateur
Lisibilité de l'écriture	L'écriture ne ralentit pas la lecture.
Respect de la langue	La copie ne comporte pas de fautes d'orthographe ni de grammaire.
Clarté de l'expression	La pensée du candidat est compréhensible à la première lecture.
Propreté de la copie	La copie comporte peu de ratures, réalisées avec soin et les parties qui ne doivent pas être prises en compte par le correcteur sont clairement et proprement barrees.
Identification des questions et pagination	Les différentes parties du sujet sont bien identifiées et les réponses sont numérotées avec le numéro de la question. La pagination est correctement effectuée.
Mise en évidence des résultats	Les résultats littéraux et numériques sont clairement mis en évidence.

Nombre de critères non respectés	Palier de Malus	Effet sur la note
0	0	aucun
1-2	1	-3.3%
3-4	2	-6.7%
5-6	3	-10%

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

Exercice 1 : Le premier piéton de l'espace

Le sujet traite des aventures du premier piéton de l'espace Alexeï Arkhipovitch Leonov (1934-2019) qui réalisa la première sortie extravéhiculaire dans le vide spatial à partir d'un véhicule appelé Voskhod-2 (photo ci-dessous). Cette mission a lancé l'aventure des activités qui rendent actuellement possible la maintenance de la station spatiale internationale (ISS).



La première partie s'intéresse à la préparation des cosmonautes avant leur mission, la seconde partie s'intéresse à la mise sur orbite du vaisseau Voskhod-2 et la dernière partie s'intéresse à la possibilité de rattraper le bouchon de caméra que Leonov a jeté dans l'espace (résolution de problème).

Par commodité de représentation, les figures ne sont jamais faites à l'échelle.

I – Préparation des cosmonautes

Données :

- Accélération de la pesanteur à la surface terrestre : $g_0 = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$

Les pilotes doivent se préparer physiquement aussi bien aux effets de forte accélération qu'à celui de l'apesanteur. Dans la fusée, après le départ, ils subissent une accélération de $4g_0$ et dans la phase de retour dans l'atmosphère, une décélération de $-10g_0$. Cela signifie que leur poids apparent vaut respectivement $4mg_0\vec{u}$ et $-10mg_0\vec{u}$ si m est leur masse et \vec{u} le vecteur unitaire de la direction du poids apparent orienté dans le même sens que la projection du poids.

- Q.1** Définir la force poids d'une masse m sur Terre en considérant le référentiel terrestre R galiléen. Définir la force d'inertie d'entraînement, puis le poids apparent dans un référentiel R' en mouvement accéléré par rapport au référentiel terrestre (accélération notée $\vec{\Upsilon}_e$).

L'entraînement utilise des balançoires (voir FIGURE 1) qui tournent à la vitesse angulaire ω autour d'un axe horizontal fixe Δ .

- Q.2** Définir ce qu'on appelle la force d'inertie centrifuge.
- Q.3** À quels poids apparents extrêmes les cosmonautes sont-ils soumis ?
- Q.4** On suppose que sur ces balançoires, le centre de masse M du cosmonaute, solidaire du siège, est à une distance de $r = 2 \text{ m}$ de l'axe de rotation horizontal. À quelle vitesse angulaire ω faut-il tourner pour obtenir un poids apparent de norme de $4mg_0$ au maximum ?

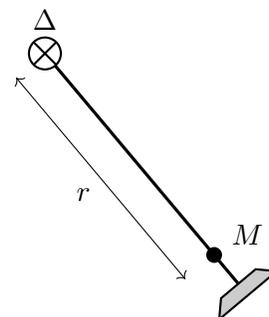


FIGURE 1 – Balançoire

L'entraînement à l'apesanteur se faisait pour les cosmonautes au cours d'un vol parabolique dans un avion Tupolev. Leonov a participé 117 fois à cet entraînement.

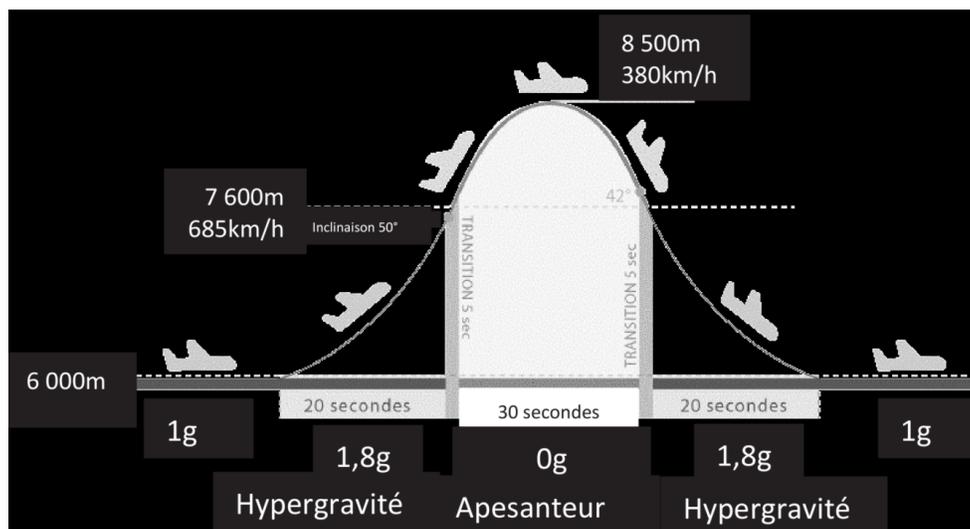


FIGURE 2 – Vol zéro-g

Lors d'un vol parabolique, ou vol zéro-g (voir FIGURE 2), les pilotes de l'avion effectuent une trentaine de fois une manœuvre particulière dite *manœuvre parabolique* au cours de laquelle l'état d'apesanteur est recréé à bord pendant 30 secondes. La portion parabolique de la trajectoire de l'avion doit être confondue avec la parabole de chute libre de même sommet.

Q.5 Expliquer pourquoi il y a apesanteur dans cette partie de la trajectoire.

Q.6 Vérifier la valeur de la durée de l'apesanteur à partir des caractéristiques du début du mouvement parabolique ($v_0 = 685 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ et une inclinaison par rapport à l'horizontale de 50°).

II – Mise en orbite de Voskhod-2

Données :

- Constante de gravitation universelle : $\mathcal{G} = 6,67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$
- Masse de la Terre : $M_T = 6 \times 10^{24} \text{ kg}$
- Rayon de la Terre : $R_T = 6370 \text{ km}$
- Vitesse angulaire de rotation de la Terre sur elle-même : $\omega_T = 7,29 \times 10^{-5} \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$
- Accélération de pesanteur à la surface de la Terre : $g_0 = \frac{\mathcal{G}M_T}{R_T^2} = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$

Le lancement de la fusée qui transporte la cabine Voskhod-2 se fait depuis le cosmodrome de Baïkonour au Kazakhstan situé à la latitude $\lambda = 45^\circ 57' 53''$ Nord dans une zone désertique propice aux communications radio.

Q.7 Le vaisseau, libéré par la fusée, décrit dans le référentiel géocentrique une orbite elliptique dont la distance minimale au foyer est à l'altitude de 167 km et dont la distance maximale au foyer est à l'altitude de 475 km. Que vaut son demi-grand axe a ? Par la suite, on assimile l'orbite à un cercle de rayon a : évaluer la vitesse du satellite en $\text{km} \cdot \text{h}^{-1}$ et la période T du satellite en heure.

Q.8 a) Quelle énergie faut-il dans le référentiel géocentrique pour placer le satellite de masse m sur l'orbite circulaire de rayon a ? On l'exprimera en fonction de a , R_T , m , g_0 , ω_T et de λ . Faire l'application numérique pour une masse $m = 1 \text{ t}$.

b) En réalité, l'énergie à fournir à la fusée est beaucoup plus grande. Expliquer pour quelle(s) raison(s).

Le satellite Voskhod noté V , supposé ponctuel, a une orbite circulaire de rayon a autour de la Terre de centre C (voir FIGURE 3). On appelle B le point qui se confond avec Baïkonour sur la surface de la Terre et Q la projection verticale de B sur l'orbite de V . La durée de visibilité Θ du vaisseau V par le centre technique B correspond à l'intervalle de temps entre son apparition en A à l'horizon de B et sa disparition en D à l'horizon de B .

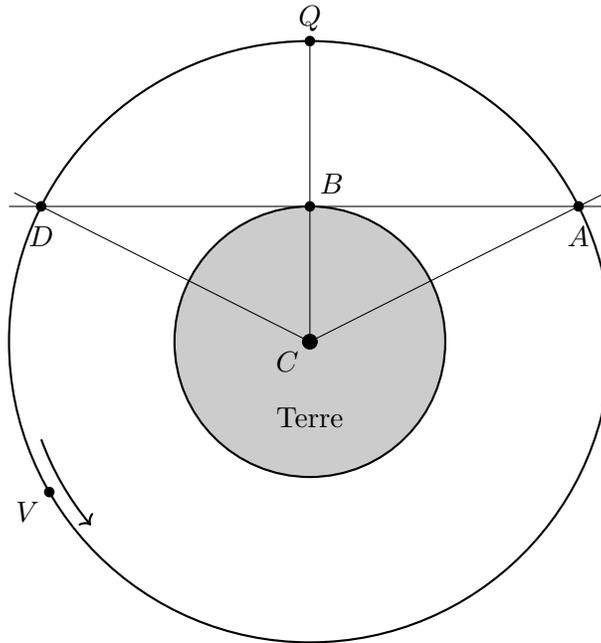


FIGURE 3 – Orbite du satellite

Q.9 Exprimer le rapport entre cette durée de visibilité Θ et la période de révolution T , en fonction de a et de R_T . On négligera la rotation de la terre dans cette question. Calculer la valeur numérique de Θ/T .

Le vaisseau est lancé par une fusée qui peut, à l'aide de tuyères, éjecter des gaz avec une vitesse de $u = 3 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$ (par rapport à la tuyère). La trajectoire de la fusée est supposée rectiligne verticale et on admet que le champ de pesanteur est uniforme (égal à g_0) dans la zone où la fusée se déplace. L'instant $t = 0$ est l'instant de départ de la fusée. Quand on écrit le principe fondamental de la dynamique au système ouvert fusée, dans le référentiel géocentrique, on obtient l'équation différentielle suivante :

$$m(t) \frac{dv}{dt} = -m(t)g_0 - u \frac{dm}{dt} \quad (1)$$

Tout se passe comme si s'exerçait à l'instant t sur le système de masse $m(t)$, en plus du poids, une force de poussée égale au produit de la vitesse relative d'éjection par le débit massique des gaz éjectés. Les forces de frottement sont négligées.

Q.10 Montrer que la fusée chargée (vaisseau, 2 coéquipiers, combustible de masse initiale m_c , carcasse, matériel...) de masse initiale $m_0 = M + m_c$ ne peut décoller que si le débit massique est suffisant.

La masse $m(t)$ de la fusée chargée s'écrit tant qu'il y a du combustible : $m(t) = M + m_c(1 - \alpha t) = m_0 - \alpha m_c t$. Pour les applications numériques, on prendra $M = 30 \text{ t}$, $m_c = 90 \text{ t}$ et $\alpha = 5 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}$.

Q.11 Écrire les équations différentielles relatives à la vitesse pendant les deux phases du mouvement. Que vaut la vitesse v_1 à l'instant $t_1 = 1/\alpha$ de la fin de la combustion ?

Q.12 En intégrant l'équation (1), on peut montrer que l'altitude atteinte à l'instant t_1 vaut :

$$h = \frac{u}{\alpha} \left(1 - \frac{M}{m_c} \ln \left(\frac{m_0}{M} \right) \right) - \frac{g}{2\alpha^2}$$

Faire l'application numérique.

Q.13 À quel instant t_2 la vitesse devient-elle nulle ? Écrire le théorème de l'énergie cinétique entre les instants t_1 et t_2 . En déduire l'altitude H maximale que la fusée peut atteindre. Discuter l'hypothèse d'uniformité du champ de pesanteur.

Q.14 Commenter les valeurs numériques obtenues pour h et H en les comparant aux données de la Q.7. Donner l'ordre de grandeur de la durée entre le départ de la fusée et la mise sur orbite du vaisseau habité.

Sur la FIGURE 4, sont pointés les relevés des positions successives datées du vaisseau au moment de la sortie de Leonov (de 8h30 à 8h50 pour sa sortie et son séjour dans le sas de communication entre la cabine et le vide). Sur la FIGURE 5, sont pointés les relevés des positions datées du vaisseau au cours de sa dernière orbite.

Dans ses mémoires, Leonov dit :

1. qu'il a commencé sa sortie à la fin de la première orbite,
2. que c'est après une quinzaine de tours qu'ils ont commencé les manœuvres de retour.

Q.15 Pouvez-vous, en utilisant vos résultats obtenus en Q.7 et Q.14 ainsi que la FIGURE 4, confirmer la première proposition ?

Q.16 Pouvez-vous, en utilisant les FIGURES 4 et 5, confirmer la seconde proposition ?

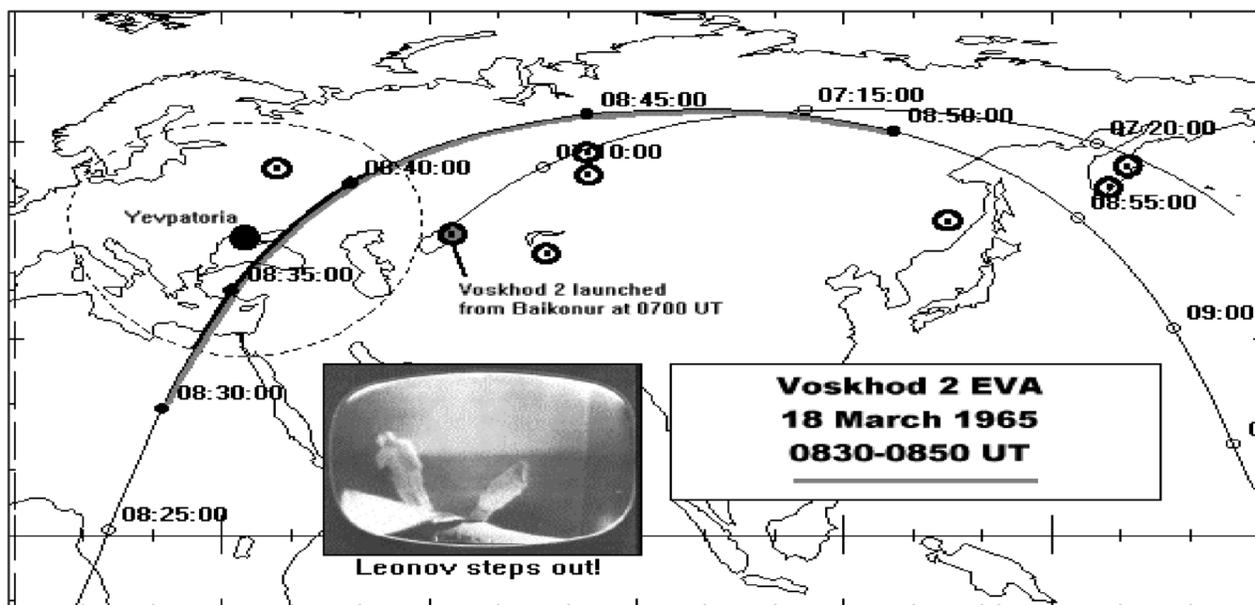


FIGURE 4 – Relevés des positions au cours de la sortie

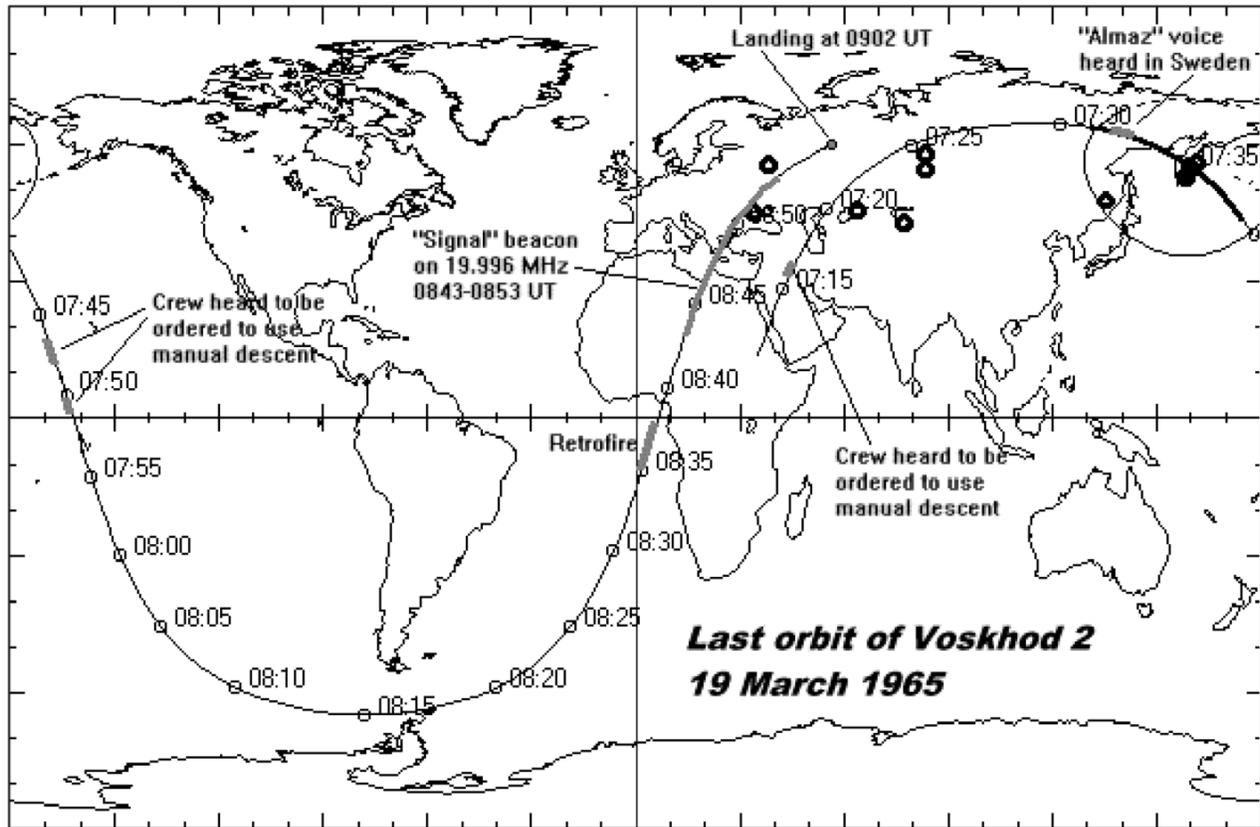


FIGURE 5 – Relevés des positions de la dernière orbite

III – Début de la sortie

Dès la fin de la première orbite, Belaïev, le coéquipier de Léonov lui place la bouteille d'air sur le dos, puis commande le déploiement du sas. Léonov y pénètre et sort quelques instants après la fermeture de l'écotille intérieure. Leonov, aveuglé malgré sa visière, regarde la Terre ébloui et subjugué. Il doit immortaliser ces instants où, pour la première fois, un homme se déplace dans l'espace au-dessus de l'atmosphère. Il saisit la caméra attachée au vaisseau et jette le capuchon en lui communiquant une très légère vitesse relative \vec{v}_0 orthogonale à la trajectoire du vaisseau (toujours supposée circulaire) et dans le plan de celle-ci.

On suppose le référentiel géocentrique galiléen et on travaillera dans celui-ci.

Q.17 Justifier que le cosmonaute pourra récupérer le capuchon. Pour cette question, toute piste de recherche (loi utile, méthode de résolution, schéma, évaluation d'ordres de grandeurs, ...), même incomplète sera prise en compte dans la notation et le barème tient compte du temps de réflexion nécessaire à sa résolution.

Exercice 2 : Interféromètre de Michelson et spectrométrie

Cet exercice s'intéresse à la description puis à l'utilisation d'un interféromètre de Michelson pour l'étude des sources lumineuses.

Données :

On rappelle que la vitesse de la lumière dans le vide est $c = 3 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. On donne également la formule de trigonométrie :

$$\sin(a) - \sin(b) = 2 \sin\left(\frac{a-b}{2}\right) \cos\left(\frac{a+b}{2}\right)$$

I – Généralités sur les interféromètres

- Q.1** Donner un exemple de dispositif à division du front d'onde. Donner un exemple de dispositif à division d'amplitude.
- Q.2** Préciser pour quel type de source et d'interféromètre il peut y avoir localisation des interférences en lumière monochromatique. Quel avantage y voyez-vous ? Quel inconvénient ?
- Q.3** Qu'appelle-t-on longueur de cohérence ? Quel est son rôle dans les conditions d'observation des interférences ?
- Q.4** Comment peut-on sélectionner une raie quasi-monochromatique d'une source polychromatique ?

II – Description de l'interféromètre de Michelson idéal

Le schéma de principe d'un interféromètre de Michelson réglé en lame d'air est donné ci-contre et reproduit en annexe FIGURE A. On note Ox et Oy deux axes perpendiculaires définissant les directions des deux bras de l'interféromètre. S est une source lumineuse ponctuelle située sur Ox . M_1 et M_2 sont deux miroirs plans parfaitement réfléchissants, disposés perpendiculairement à Ox en H_1 et respectivement à Oy en H_2 .

Le trait incliné à 45° , noté L_s , schématise un groupe de deux lames à faces parallèles permettant de séparer le faisceau en deux. Ce groupe est supposé n'introduire aucune différence de marche sur les trajets lumineux. L_p désigne une lentille mince convergente placée à la sortie de l'interféromètre de manière à ce que son axe optique soit confondu avec l'axe Oy . Un écran E est placé dans le plan focal image de L_p . On note C le foyer image de L_p . On a choisi ici $SO = OH_1 = 2OH_2$.

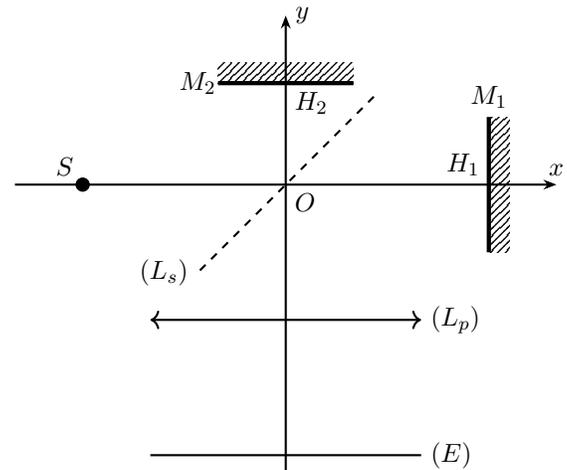


FIGURE 6 – Schéma simplifié d'un interféromètre de Michelson

- Q.5** Nommer les deux lames qui composent L_s . Qu'est-ce qui les distingue ? Expliquer soigneusement la nécessité pratique d'utiliser deux lames.
- Q.6** Un rayon lumineux, noté (r) , émis par S , a été représenté. Compléter le schéma en annexe FIGURE A (à rendre avec la copie) en faisant un tracé soigné des deux rayons (r_1) et (r_2) qui émergent de l'interféromètre après division de (r) (ce qui se passe après la lentille sera vu plus tard). On laissera apparent tout élément de construction (traits, prolongements de rayons, points remarquables, etc.) justifiant d'un tracé précis sans utilisation d'aucun rapporteur d'angle. Tout élément explicatif (noms, positions des points, constructions réalisées...) sera également mentionné.

- Q.7** Sur ce même schéma, positionner le miroir fictif M'_1 justifiant de la dénomination *lame d'air* et ajouter le rayon fictif (r'_1) correspondant.
- Q.8** Terminer le tracé des rayons (r_1) et (r_2) après la lentille L_p jusqu'à l'écran E . On demande, comme ci-dessus, un tracé précis (laisser les éléments de construction).
- Q.9** Indiquer quelle est la forme des franges d'interférences observées sur l'écran (aucune justification n'est demandée). Comment nomme-t-on ces franges ?
- Q.10** En appelant e l'épaisseur de la lame d'air et en prenant l'indice optique de l'air égal à 1, exprimer la différence de marche δ au centre C de l'écran.
- Q.11** Quelle est la condition d'interférences constructives ? Destructives ?

III – Résolution interférométrique d'un doublet spectral

Michelson et Morley mentionnèrent dans une publication l'observation de la raie H_α de l'hydrogène comme un doublet de nombre d'onde moyen $\sigma_m = 15\,237,40\text{ cm}^{-1}$ et d'écart spectral $\Delta\sigma = \sigma_1 - \sigma_2 = 0,360\text{ cm}^{-1}$ (valeurs expérimentales de 1887). On rappelle que le nombre d'onde σ d'une radiation est l'inverse de sa longueur d'onde.

- Q.12** De quelle couleur est ce doublet ? Calculer son écart relatif en nombre d'onde $\Delta\sigma/\sigma_m$. Comparer cet écart relatif à celui du doublet jaune du sodium ($\lambda_1 = 589,0\text{ nm}$ et $\lambda_2 = 589,6\text{ nm}$) et commenter.
- Q.13** On étudie le cas où la source de lumière utilisée présente un doublet spectral de nombres d'ondes σ_1 et σ_2 . Donner l'expression des ordres d'interférence p_1 et p_2 en C pour chaque radiation du doublet en fonction de δ , σ_1 et σ_2 .
- Q.14** Pour quelles valeurs de la différence $p_1 - p_2$ y-a-t-il brouillage en C ? En déduire, en fonction de l'écart spectral $\Delta\sigma = \sigma_1 - \sigma_2$, la variation D_δ de la différence de marche entre deux situations consécutives de brouillage. Comment nomme-t-on ces situations ?
- Q.15** Dans le cas du doublet H_α , exprimer puis calculer la variation D_e de l'épaisseur de la lame d'air pour passer d'une situation de brouillage à la situation de brouillage directement consécutive.

À l'entrée de leur interféromètre historique de 1887, Michelson et Morley ont utilisé un dispositif à prismes muni d'une fente pour sélectionner la raie H_α présente dans le spectre solaire. Ils ont observé des brouillages périodiques lors de la translation du miroir mobile de leur interféromètre. Partant du contact optique (bras de longueurs rigoureusement égales à L_0), ils ont compté un total de 6 brouillages de part et d'autre du contact optique (3 de chaque côté) pour un déplacement du miroir égal à $1/160^e$ de la longueur L_0 .

- Q.16** Calculer la valeur de L_0 pour l'interféromètre de Michelson de 1887.

L'interféromètre, construit dans un sous-sol du campus de l'Université de Cleveland aux Etats-Unis, était monté sur une table en granite rectangulaire posée sur un cylindre de bois flottant dans du mercure. La table faisait environ $130\text{ cm} \times 110\text{ cm}$ de cotés. La longueur L_0 des bras de l'interféromètre était synthétisée grâce à deux groupes de miroirs permettant plusieurs allers-retours du faisceau sur chaque voie, comme représenté sur la FIGURE 7.

- Q.17** À partir de la FIGURE 7, donner, en expliquant votre calcul, une estimation grossière de la longueur d'un bras de l'interféromètre. L'ordre de grandeur obtenu est-il en accord avec la valeur L_0 trouvée à la question précédente ?

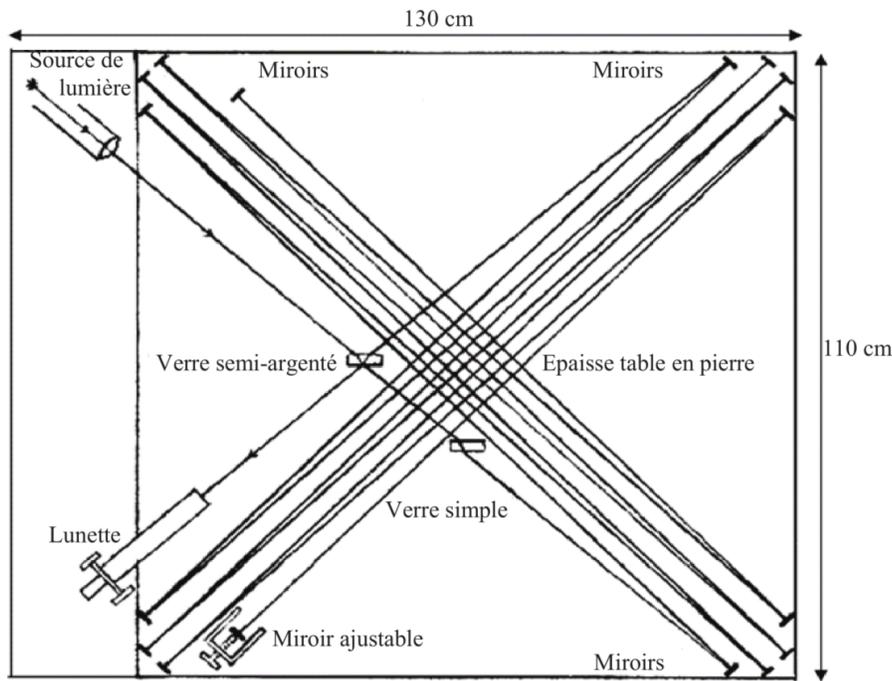


FIGURE 7 – Schéma des trajets lumineux dans l'interféromètre de Michelson et Morley de 1887

IV – Mesure interférométrique de la durée d'un train d'onde

La transition radiative d'un atome conduit à l'émission d'un train d'onde de durée finie τ_0 . La raie spectrale correspondante n'est donc pas strictement monochromatique. On obtient alors une raie spectrale centrée sur $\nu_0 = \frac{\omega_0}{2\pi}$, de largeur caractéristique à mi-hauteur $\Delta\nu = 1/\tau_0 \ll \nu_0$. L'intensité émise au niveau de la source appartenant au domaine spectral $[\nu; \nu + d\nu]$ s'écrit alors $dI_0 = I_\nu(\nu)d\nu$ où $I_\nu(\nu)$ est la densité spectrale en fréquence, fonction qui caractérise le spectre fréquentiel d'émission.

On modélise la densité spectrale $I_\nu(\nu)$ de la raie verte du mercure par un profil rectangulaire comme sur la FIGURE 8. Dans notre modèle de raie rectangulaire, l'intensité totale de la source est donc donnée par :

$$I_0 = \int_{\nu_0 - \Delta\nu/2}^{\nu_0 + \Delta\nu/2} I_\nu(\nu)d\nu = I_{\nu,m}\Delta\nu$$

On éclaire l'interféromètre de Michelson présenté en FIGURE 6 et toujours réglé en lame d'air avec une lampe à vapeur de mercure dont on a isolé la raie verte de fréquence centrale $\nu_0 = \frac{c}{\lambda_0}$ avec $\lambda_0 = 500$ nm. On observe les interférences au moyen d'un détecteur ponctuel que l'on place au foyer image C de la lentille de projection (L_p).

Q.18 Déterminer l'intensité $dI(C)$ donnée sur l'écran par une petite bande du spectre de largeur spectrale $d\nu$ en fonction, entre autre, de $\tau(C) = \frac{\delta(C)}{c}$. À quoi correspond physiquement $\tau(C)$? Exprimer $p(C, \nu)$, l'ordre d'interférence en C pour une radiation de fréquence ν en fonction de $\tau(C)$.

Q.19 Calculer alors l'intensité totale $I = I(C)$ donnée sur l'écran par la totalité du spectre de la source de lumière. Mettre le résultat sous la forme :

$$I = I_{moy} \left[1 + \Gamma(\tau(C)) \cos(2\pi\nu_0\tau(C)) \right]$$

où I_{moy} est une constante à exprimer et $\Gamma(\tau(C))$ une fonction de $\tau(C)$ à déterminer.

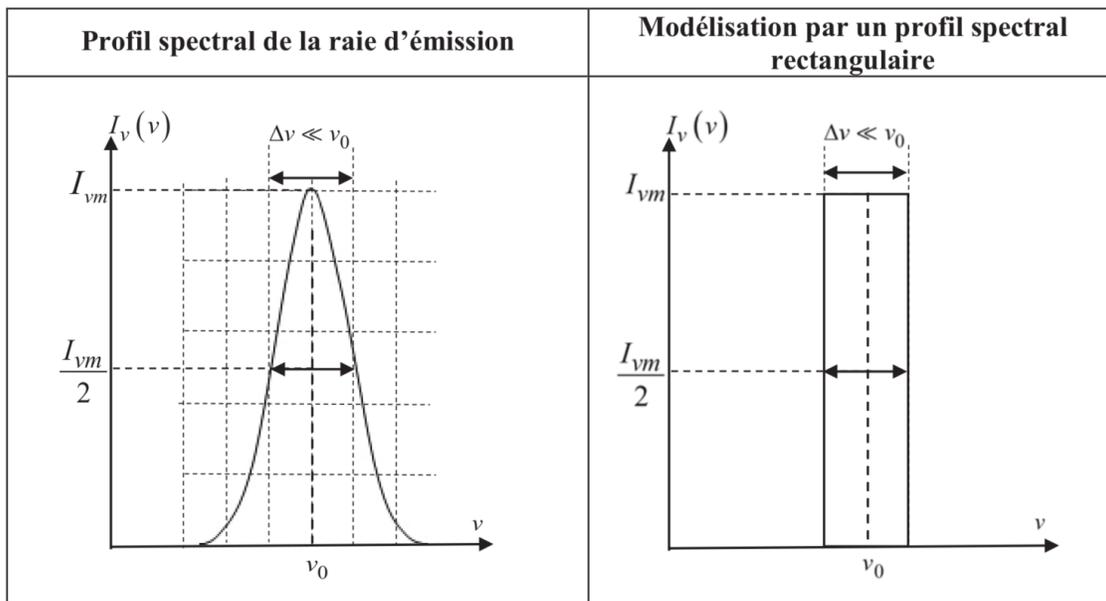


FIGURE 8 – Profil spectral réel et sa modélisation

Q.20 Quel rôle joue la fonction Γ ici ? Tracer le graphe de l'intensité en fonction de $\tau(C)$. Quelle est la valeur de $\tau(C)$ correspondant à la première annulation de Γ ? Comparer avec la durée du train d'onde et commenter.

Un moteur permet de translater le miroir mobile M_2 à la vitesse constante V_0 à partir de la position du contact optique.

Q.21 On arrête la translation de M_2 lorsque la première annulation de contraste est observée à l'écran. Le miroir s'est alors déplacé de 15,00 mm (à partir du contact optique). Déterminer la valeur expérimentale $\Delta\nu_{exp}$ de $\Delta\nu$. Conclure sur la durée du train d'onde.

• • • FIN • • •

Annexe du DS 8 (CCinP)
(À détacher et à rendre avec la copie)

Q.6 ; Q.7 et Q.8

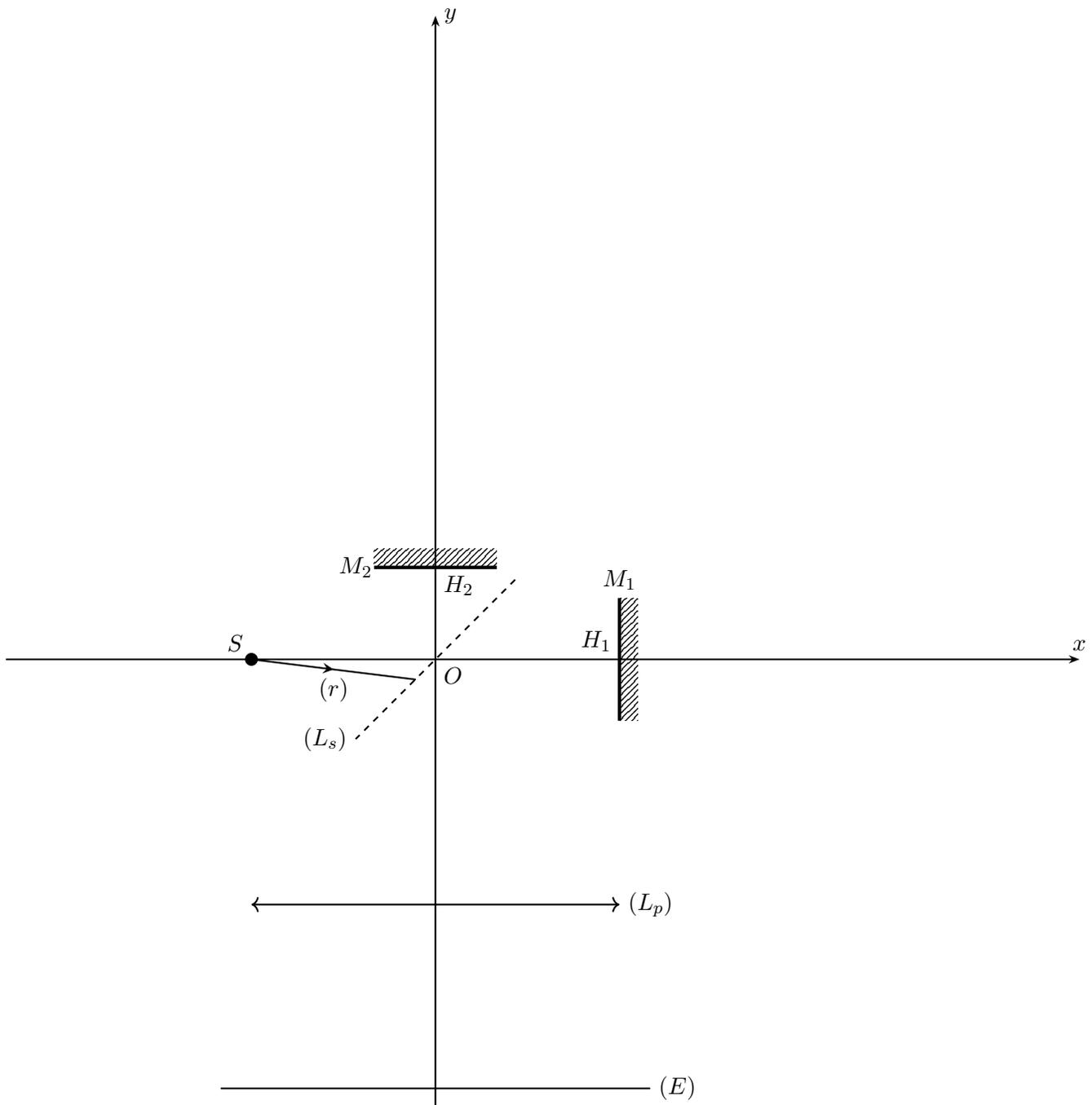


FIGURE A – Schéma simplifié d'un interféromètre de Michelson