

Exercice 1 : Saturne et ses satellites (CCINP)

La géante gazeuse saturne est entourée d'une multitude d'anneaux et de débris, ainsi que de nombreux satellites naturels. On suppose dans la suite que les masses sont ponctuelles, les trajectoires circulaires et les mouvements uniformes.

1. Définir, par analogie avec le référentiel géocentrique, un référentiel "saturnocentrique" dans lequel l'étude sera menée.
2. Pour un satellite de Saturne donné, relier sa vitesse v , sa distance r au centre de la géante gazeuse, la masse M_S de celle-ci et la constante de gravitation universelle $\mathcal{G}$. On justifiera toute simplification jugée pertinente.
3. Énoncer les lois de Kepler et démontrer celle dite des périodes. En déduire la masse de Saturne à l'aide des données ci-dessous :

Nom du satellite	Période de révolution (en jours terrestre)	Rayon de l'orbite (en million de km)
Janus	0,695	151,5
Mimas	0,942	185,4
Encelade	1,370	238,0
Titan	15,95	$1,222 \times 10^3$

Exercice 2 : OPPM électromagnétique dans un plasma (CCINP)

Une onde électromagnétique plane progressive harmonique se propage dans un plasma contenant N électrons par unité de volume. Son champ électromagnétique s'écrit :

$$\underline{\vec{E}} = \vec{E}_m \exp[i(\omega t - kx)] \quad \text{et} \quad \underline{\vec{B}} = \vec{B}_m \exp[i(\omega t - kx)]$$

avec $\vec{E}_m = E_m \vec{e}_z$ et $E_m = 1000 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}$.

Données : $\overrightarrow{\text{rot}}(\overrightarrow{\text{rot}}\vec{A}) = \overrightarrow{\text{grad}}(\text{div}\vec{A}) - \Delta\vec{A}$

$c = 3 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$; $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H} \cdot \text{m}^{-1}$; $e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$; $m_e = 9,1 \times 10^{-31} \text{ kg}$ et $N = 1 \times 10^{20} \text{ m}^{-3}$.

1. Calculer le module de la vitesse des particules en négligeant la force magnétique.
2. Vérifier qu'avec cette valeur on peut bien négliger la force magnétique.
3. Calculer la densité volumique de courant $\vec{j}$.
4. Déterminer l'équation de propagation du champ électrique $\vec{E}$ à l'aide des équations de Maxwell.
5. Déterminer l'équation de dispersion. En déduire une pulsation limite f_l et étudier les deux cas $f < f_l$ et $f > f_l$. Déterminer la vitesse de groupe et la vitesse de phase dans ce dernier cas.