

exo 75

$$X' = AX + B$$

①

75

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 8 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\chi_A = n^2 - 2n - 15$$

on essaye $\pm 1, \pm 3$
d'où

$$\chi_A = (n+3)(n-5) \leftarrow$$

$$\text{Ensuite } E_{-3} = \text{vect} \left(\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} \right) \text{ et } E_5 = \text{vect} \left(\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \right)$$

$$P = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 2 \end{pmatrix} : X' = AX + B \Leftrightarrow X'_1 = DX_1 + P^{-1}B$$

on évalue $P^{-1}B$ puis on résout les 2 éq. en n ,

et y , | avec $X_1 = \begin{pmatrix} n_1 \\ y_1 \end{pmatrix}$ puis on évalue $X = PX_1$,

$$\mathcal{Y} = \left\{ X : t \mapsto \lambda e^{-3t} \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} + \mu e^{5t} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -\frac{1}{16} e^t - \frac{1}{6} e^{-t} \\ -\frac{t}{2} e^t + \frac{1}{6} e^{-t} \end{pmatrix}, \right. \\ \left. (\lambda, \mu) \in \mathbb{R}^2 \right\}$$