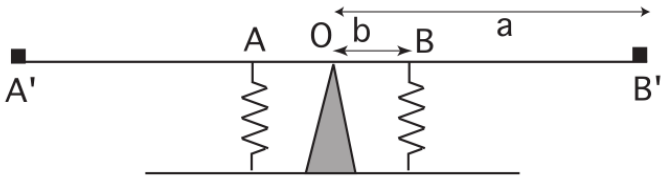
Exercice 1 : Balancoire

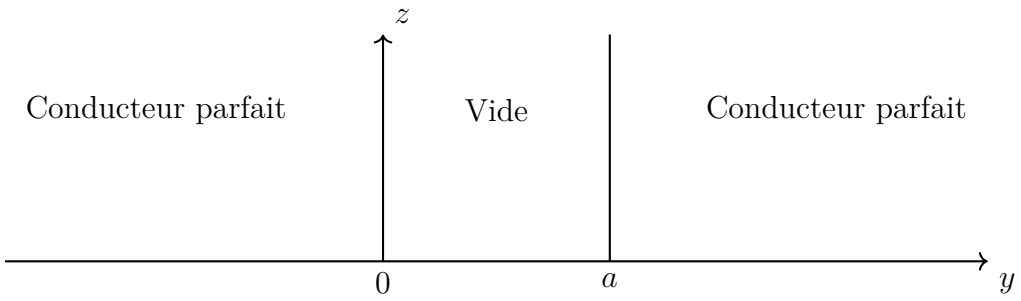
On considère une balançoire liée à un axe horizontal Ox fixe en O. Deux ressorts identiques de constante de raideur k et de longueur à vide ℓ_0 sont fixés en A et B symétriques par rapport à O. Le moment d'inertie de la balançoire par rapport à Ox est : $J = \dfrac{Ma^2}{3}$. Un enfant de masse $m = 30\,\text{kg}$ se place en A'. La balançoire retrouve l'équilibre lorsque A' est descendu de 15 cm.



Calculer la constante de raideur k des ressorts avec $a = 1{,}20\,\text{m}$ et $b = 50\,\text{cm}$.

Exercice 2 : Onde électromagnétique entre deux conducteurs (CCINP)

On étudie une onde électromagnétique dans un espace vide de charge et de courant entre deux conducteurs parfaits. Cette situation se modélise par le schéma suivant :



Le champ électrique est de la forme $\vec{E}(M,t) = f(y)\cos(\omega t - kx)\vec{e}_z$. On rappelle que le champ électromagnétique dans un conducteur parfait est nul, que le champ électrique à la surface d'un métal conducteur parfait est orthogonal à la surface de ce métal et que pour un vecteur $\vec{A}$: $\overrightarrow{\text{rot}}(\overrightarrow{\text{rot}}\vec{A}) = \overrightarrow{\text{grad}}(\text{div}\vec{A}) - \Delta\vec{A}$.

1. a) Écrire les équations de Maxwell dans l'inter-conducteur.
b) Donner l'équation de propagation de $\vec{E}$.
c) Décrire cette onde le plus précisément possible.

2. a) Donner l'équation différentielle qui régit $f(y)$
b) Quelle condition doivent respecter k et ω d'après les conditions aux limites.

3. a) Déterminer l'expression de f et montrer que pour avoir propagation, ω doit être supérieur à une pulsation limite notée ω_0 que l'on déterminera.
b) Donner l'expression du champ électrique.

4. Calculer les vitesses de phase et de groupe, commenter.