SPE MP ······ 2024-2025 | PROGRAMME DE COLLE 4

1. TRIGONOMÉTRIE RÉCIPROQUE ET LA TRIGONOMÉTRIE HYPERBOLIQUE

1. $y = \arcsin x \Longleftrightarrow \Big\{$, $y = \arccos x \Longleftrightarrow \Big\{$, $y = \arctan x \Longleftrightarrow \Big\{$
2. Tracer des 3 fonctions $\arcsin, \arccos, \arctan$
3. $\boxed{\bullet}$ $\forall x \in [-1,1]$, $\arcsin x + \arccos x = \cdots$
4. $\boxed{\bullet}$ $\forall x > 0$, $\arctan x + \arctan \dfrac{1}{x} = \cdots$, $\forall x < 0$, $\arctan x + \arctan \dfrac{1}{x} = \cdots$
5. $\forall x \in \cdots\cdots\cdots$, $\sin(\arcsin x) = x$, $\forall x \in \cdots\cdots\cdots$, $\arcsin(\sin x) = x$
   Tracer sur $\mathbb{R}$ la fonction $f(x) = \arcsin(\sin x)$
6. $\forall x \in \cdots\cdots\cdots$, $\cos(\arccos x) =$, $\forall x \in \cdots\cdots\cdots$, $\arccos(\cos x) =$
   Tracer sur $\mathbb{R}$ la fonction $f(x) = \arccos(\cos x)$
7. $\forall x \in$, $\tan(\arctan x) =$, $\forall x \in$, $\arctan(\tan x) =$
   Tracer sur $\mathbb{R}$ la fonction $f(x) = \arctan(\tan x)$
8. Valeurs usuelles telles que $\arcsin(0)$, $\arccos(1)$, $\arctan(\sqrt{3})$.....
9. $\boxed{\bullet}$ Dérivées des 3 fonctions.

1. Définitions de $\mathrm{sh}(t)$, $\mathrm{ch}(t)$, $\mathrm{th}(t)$.
2. Formules fondamentales : $\mathrm{ch}t + \mathrm{sh}t = \cdots$ $\qquad$ $\mathrm{ch}^2 t - \mathrm{sh}^2 t =$
3. Lien avec la trigonométrie :
   $\mathrm{sh}(t) = -i\sin(it)$, $\mathrm{ch}(t) = \cos(\cdots)$, $\mathrm{th}(t) = \quad \tan(\quad)$
4. Tracer des 3 fonctions sh , ch , th :
5. $\boxed{\bullet}$ Dérivées des 3 fonctions.

2. COURS et EXERCICES : DL ET TOUT (de MPSI) SUR LES FONCTIONS RÉELLES

DL en 0, en a, en $\pm\infty$ (retour à zéro) à l'aide de Taylor-Young, de somme, produit, composée, quotient (à l'aide du DL de $\dfrac{1}{1-u}$) et intégration de DL à partir des DL usuelles suivants à connaitre **PLUS QUE PAR COEUR** à l'ordre n :

$\dfrac{1}{1-x}$ $\quad \dfrac{1}{1+x}$ $\quad \dfrac{1}{1+x^2}$ $\quad \arctan x$ $\quad e^x$ $\quad e^{-x}$ $\quad e^{2x}$ $\quad \sin x$ $\quad \cos x$ $\quad \mathrm{ch}x$ $\quad \mathrm{sh}x$

$\ln(1+x)$ $\quad \ln(1-x)$ $\quad (1+x)^\alpha$ $\quad \sqrt{1+x}$ $\quad \dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ $\quad \arccos x$

et $\tan x$ (à l'ordre 3)

Ainsi que :

- Limites en tout genre (avec ε),
- $\boxed{\bullet}$ Rolle,
- $\boxed{\bullet}$ Accroissements finis,
- $\boxed{\bullet}$ Théorème de prolongement des fonctions de classe C^1,
- Valeurs intermédiaires,
- $\boxed{\bullet}$ Image d'un segment
- $\boxed{\bullet}$ Taylor reste intégrale - Inégalité de Taylor-Lagrange
- Convexité (revu en classe très rapidement : les démonstrations n'ont pas toutes été refaites)

Définition des barycentres, associativité, coordonnées, barycentre et sous-espace affine.
Barycentres positifs (à coefficients positifs).
Ensembles convexes : définition , propriétés : stabilité par barycentres positifs.
Fonctions convexes, concaves.
Propriétés :

    Extension de la définition aux barycentres positifs.
    Position par rapport aux cordes.
    Inégalité des 3 pentes
    $\boxed{\bullet}$ Position par rapport aux tangentes.

Caractérisation : convexité de l'épigraphe.
Caractérisation dans le cas C^1 et C^2.
Inégalité démontré en classe (HPTS) : $\boxed{\bullet}$ Inégalité arithmétiquo-géométrique.
Inégalité de Hölder

Prévisions : Séries de $\mathbb{R}$ et $\mathbb{C}$.