

DS 1 (2 heures)
Électronique, traitement du signal

La calculatrice est autorisée

La plus grande importance sera apportée au soin de la copie ainsi qu'à la clarté des raisonnements. Toute réponse, même qualitative, se doit d'être justifiée. Les affirmations, même justes, mais non justifiées ne seront pas prises en compte. Les résultats doivent être **encadrés**.

En cas de non respect de ces consignes, un malus sera attribué à la copie comme indiqué dans les tableaux suivants qui stipulent les critères et les effets sur la note le cas échéant :

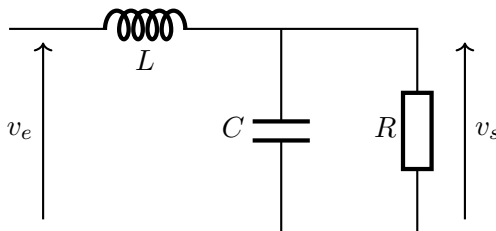
Critère	Indicateur
Lisibilité de l'écriture	L'écriture ne ralentit pas la lecture.
Respect de la langue	La copie ne comporte pas de fautes d'orthographe ni de grammaire.
Clarté de l'expression	La pensée du candidat est compréhensible à la première lecture.
Propreté de la copie	La copie comporte peu de ratures, réalisées avec soin et les parties qui ne doivent pas être prises en compte par le correcteur sont clairement et proprement barrées.
Identification des questions et pagination	Les différentes parties du sujet sont bien identifiées et les réponses sont numérotées avec le numéro de la question. La pagination est correctement effectuée.
Mise en évidence des résultats	Les résultats littéraux et numériques sont clairement mis en évidence.

Nombre de critères non respectés	Palier de Malus	Effet sur la note
0	0	aucun
1–2	1	–3.3%
3–4	2	–6.7%
5–6	3	–10%

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

Exercice 1 : Étude d'un filtre

On considère le filtre représenté ci-dessous :



La tension d'entrée est fournie par un générateur et s'écrit $v_e(t) = V_{em} \cos(\omega t + \varphi_e)$ où V_{em} est la valeur maximale et ω la pulsation. La tension de sortie est alors notée $v_s(t) = V_{sm} \cos(\omega t + \varphi_s)$. L'étude du filtre sera menée en utilisant la notation complexe $\underline{v}_e$ et $\underline{v}_s$ de ces deux tensions :

$$\underline{v}_e(t) = V_{em} e^{j(\omega t + \varphi_e)} \quad \text{et} \quad \underline{v}_s(t) = V_{sm} e^{j(\omega t + \varphi_s)}$$

I – Analyse qualitative

- Q.1** Représenter le circuit en basse fréquences et indiquer la limite de v_s dans ce cas.
- Q.2** Faire de même pour les hautes fréquences.
- Q.3** Quelle est alors la nature de ce filtre ?

II – Analyse quantitative

- Q.4** Montrer que la fonction de transfert complexe de ce filtre s'écrit :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{H_0}{1 + 2j\lambda \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}}$$

On précisera les expressions de H_0 , λ et ω_0 en fonction des paramètres des composants du circuit. Vérifier la concordance avec l'analyse qualitative.

- Q.5** Comment s'exprime l'amplitude V_{sm} du signal de sortie en fonction de $|\underline{H}|$ et de l'amplitude V_{em} du signal d'entrée ?
- Q.6** Comment s'exprime la phase φ_s du signal de sortie en fonction de la phase φ de $\underline{H}$ et de la phase φ_e du signal d'entrée ?

Dans toute la suite, on ajuste les composants du circuit pour avoir $\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

- Q.7** Montrer que $|\underline{H}| = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^4}}$.

- Q.8** Tracer sur votre copie le diagramme de Bode en gain de ce filtre en précisant les grandeurs portées sur les axes ainsi que quelques valeurs remarquables de ces grandeurs. Faire apparaître également les asymptotes en haute et basse fréquences ainsi que la pulsation de coupure à -3 dB.
- Q.9** Tracer le diagramme de Bode en phase du filtre. On précisera les asymptotes en basse et haute fréquence. Que vaut la phase φ de $\underline{H}$ pour $\omega = \omega_0$?

Exercice 2 : Filtrage en électronique

I – Fonction de transfert

On considère un filtre de fonction de transfert :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{H_0}{1 + jQ \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)}$$

avec ω_0 la pulsation propre du filtre correspondant à une fréquence propre $f_0 = 2 \text{ kHz}$, $Q = 10$ le coefficient de qualité et $H_0 = 10$ le gain statique.

- Q.1** Étudier le comportement de la fonction de transfert en haute et en basse fréquence et en déduire la nature du filtre.
- Q.2** Déterminer les expressions du gain et de la phase de la fonction de transfert.
- Q.3** Tracer les diagrammes de Bode (gain **et** phase) asymptotiques et réels en indiquant les informations importantes.

II – Réponse à une entrée sinusoïdale

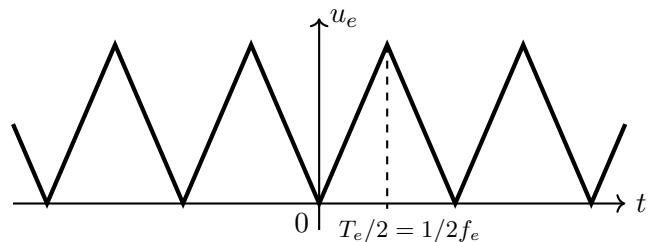
On envoie un signal sinusoïdal $\underline{u}_e = U_e e^{2j\pi f_e t}$ avec $U_e = 1,0 \text{ V}$ sur le filtre étudié. On a toujours $f_0 = 2 \text{ kHz}$, $Q = 10$ et $H_0 = 10$.

- Q.4** Déterminer la tension de sortie $u_s(t)$ pour $f_e = f_0$. Tracer sur le même graphe l'allure de $u_e(t)$ et $u_s(t)$.
- Q.5** On se place dans le cas $f_e = 20 \text{ kHz}$ (on admet que l'approximation $f_e \gg f_0$ est valide).
- Déterminer une expression approchée du gain G dans ce cas. Montrer que la phase φ a une valeur proche de $-\frac{\pi}{2}$.
 - Montrer que la fonction de transfert s'écrit $\underline{H}(j\omega) \simeq -\frac{j}{\tau\omega}$ avec τ à exprimer en fonction des constantes. Faire l'application numérique.
 - Déterminer la tension de sortie $u_s(t)$ en utilisant l'expression approchée de la fonction de transfert. Tracer sur le même graphe l'allure de $u_e(t)$ et $u_s(t)$.
- Q.6** On se place dans le cas $f_e = 200 \text{ Hz}$ (on admet que l'approximation $f_e \ll f_0$ est valide).
- Montrer que la fonction de transfert s'écrit $\underline{H}(j\omega) \simeq j\tau'\omega$ avec τ' à exprimer en fonction des constantes. Faire l'application numérique.
 - Déterminer la tension de sortie $u_s(t)$ en utilisant l'expression approchée de la fonction de transfert. Tracer sur le même graphe l'allure de $u_e(t)$ et $u_s(t)$.

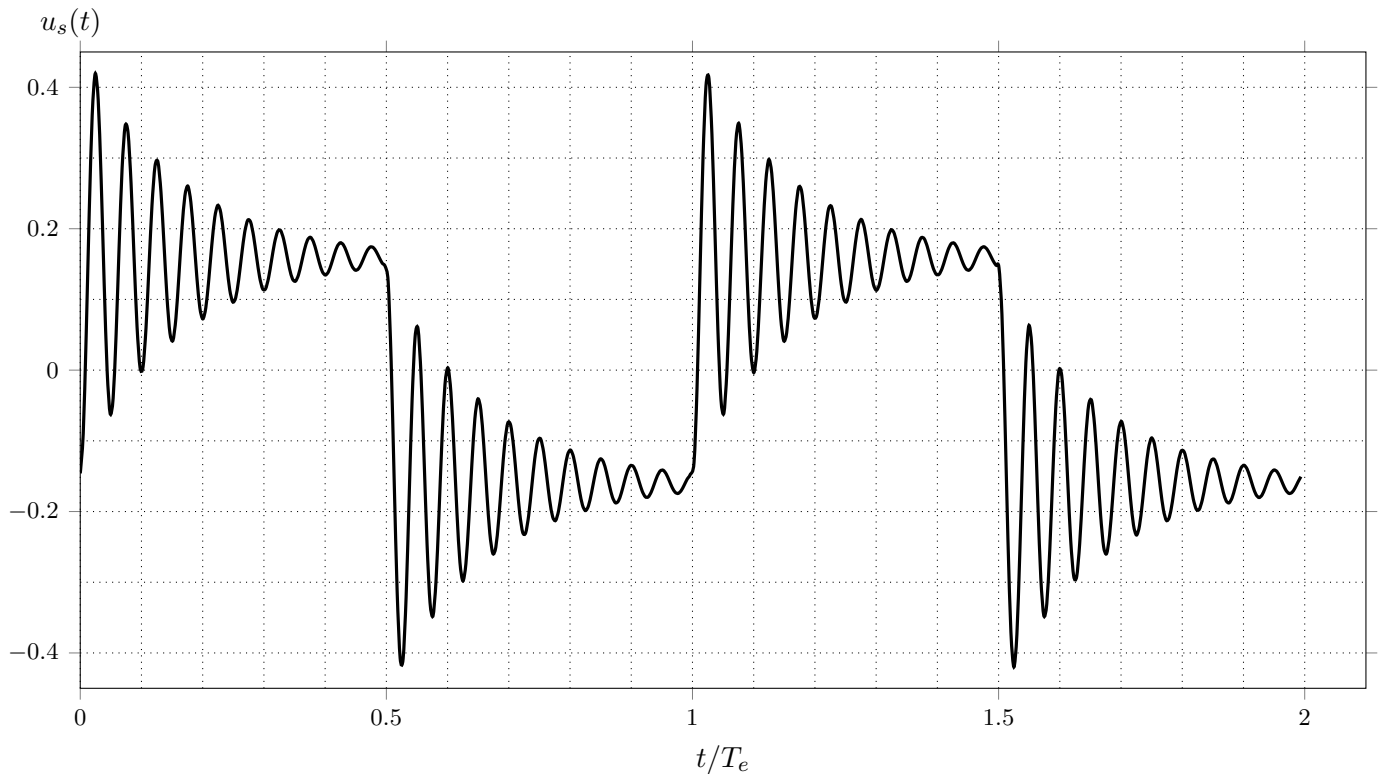
III – Réponse à une entrée triangulaire

On envoie sur le filtre une tension triangulaire $u_e(t)$ variant entre 0 et $E_0 = 10 \text{ V}$, de fréquence fondamentale f_e . On donne la décomposition en série de Fourier de cette tension ainsi que sa représentation :

$$\underline{u}_e(t) = E_0 \left[\frac{1}{2} - \frac{4}{\pi^2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2} \sin \left(2\pi(2n+1)f_e t \right) \right]$$



- Q.7** Que vaut la valeur moyenne (composante continue) de ce signal, notée u_0 ? Que devient cette composante continue après passage dans le filtre ? (justifier la réponse).
- Q.8** On étudie le cas $f_e = f_0$. Comparer, pour le signal de sortie, les amplitudes du fondamental et de l'harmonique de rang 1. Tracer sur le même graphe l'allure de $u_e(t)$ et $u_s(t)$.
- Q.9** On étudie le cas $f_e = 20 \text{ kHz}$. D'après les questions précédentes, tracer en justifiant l'allure de $u_e(t)$ et $u_s(t)$ sur le même graphe. On prendra $u_s(t = 0) = 0$.
- Q.10** On se place dans le cas $f_e = 100 \text{ Hz}$ et on obtient la tension de sortie ci-dessous.
- Pourquoi n'est-il pas possible d'utiliser ici la fonction de transfert approchée $\underline{H}(j\omega) \simeq j\tau\omega$?
 - Écrire, sans aucune approximation, l'équation différentielle du deuxième ordre entre $u_s(t)$ et $u_e(t)$.
 - Déterminer, entre $t = 0$ et $t = T_e/2$, la solution particulière de cette équation différentielle. Le résultat obtenu est-il conforme au graphe fourni ?



• • • FIN • • •