

DS 1 (2 heures)
Électronique, traitement du signal

La calculatrice est autorisée

La plus grande importance sera apportée au soin de la copie ainsi qu'à la clarté des raisonnements. Toute réponse, même qualitative, se doit d'être justifiée. Les affirmations, même justes, mais non justifiées ne seront pas prises en compte. Les résultats doivent être **encadrés**.

En cas de non respect de ces consignes, un malus sera attribué à la copie comme indiqué dans les tableaux suivants qui stipulent les critères et les effets sur la note le cas échéant :

Critère	Indicateur
Lisibilité de l'écriture	L'écriture ne ralentit pas la lecture.
Respect de la langue	La copie ne comporte pas de fautes d'orthographe ni de grammaire.
Clarté de l'expression	La pensée du candidat est compréhensible à la première lecture.
Propreté de la copie	La copie comporte peu de ratures, réalisées avec soin et les parties qui ne doivent pas être prises en compte par le correcteur sont clairement et proprement barrees.
Identification des questions et pagination	Les différentes parties du sujet sont bien identifiées et les réponses sont numérotées avec le numéro de la question. La pagination est correctement effectuée.
Mise en évidence des résultats	Les résultats littéraux et numériques sont clairement mis en évidence.

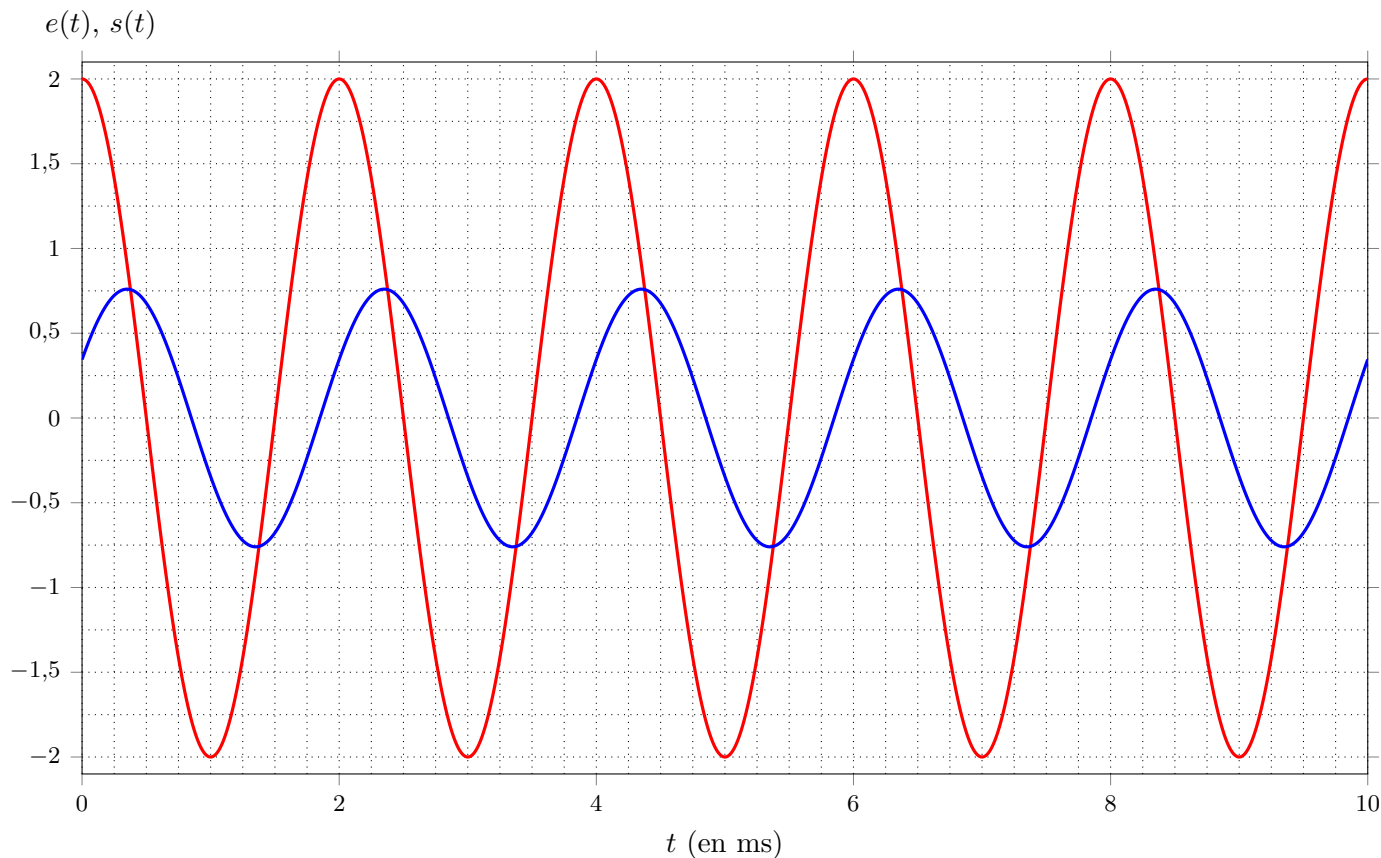
Nombre de critères non respectés	Palier de Malus	Effet sur la note
0	0	aucun
1–2	1	–3.3%
3–4	2	–6.7%
5–6	3	–10%

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

Exercice 1 : Détermination d'une inductance

On considère l'association série d'une bobine réelle et d'une résistance $R_0 = 50\ \Omega$, alimentée par un générateur de tension idéal délivrant une tension sinusoïdale $e(t)$ d'amplitude 2 V.

On mesure la tension $s(t)$ aux bornes de R_0 , ainsi que la tension $e(t)$:



Déterminer, en justifiant votre démarche, l'inductance L de la bobine. Toute piste de réflexion sera prise en compte, même non aboutie.

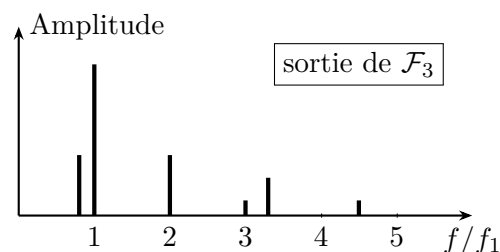
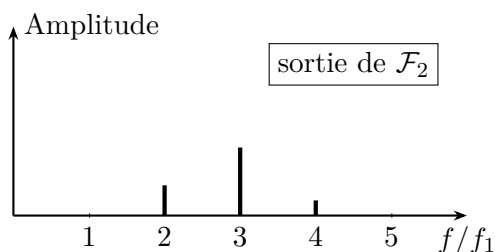
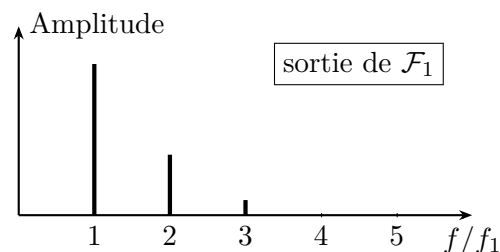
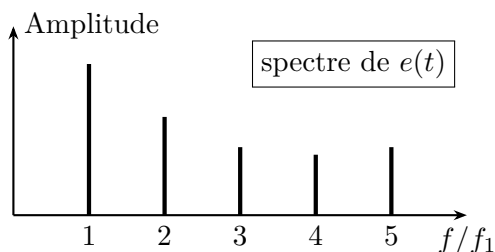
Formulaire :

- On rappelle que le terme *générateur de tension idéal* correspond à un générateur de Thévenin de résistance nulle.
- La bobine réelle peut-être modélisée par une bobine idéale d'inductance L , mise en série avec la résistance $r_b \approx 9\ \Omega$ du bobinage.

Exercice 2 : Analyseur de Fourier simplifié

I – Quelques généralités

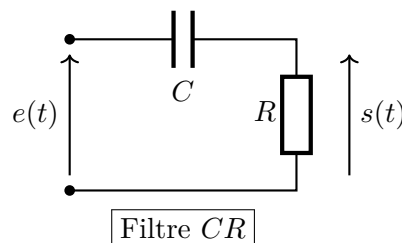
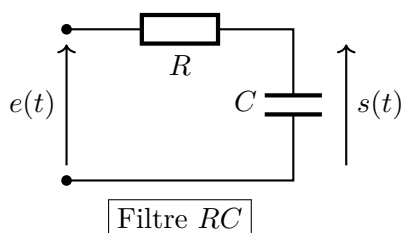
- Q.1** Soit un système physique qui à une grandeur d'entrée fonction du temps $e(t)$ fait correspondre une grandeur de sortie fonction du temps $s(t)$. À quelle condition ce système peut-il être dit linéaire ?
- Q.2** On étudie expérimentalement trois filtres ($\mathcal{F}_1$, $\mathcal{F}_2$ et $\mathcal{F}_3$) à l'aide d'un analyseur de spectre numérique. Pour cela, on applique à leur entrée le même signal $e(t)$ et on observe le spectre du signal de sortie. On donne ci-dessous les spectres de Fourier du signal $e(t)$ et ceux des signaux obtenus en sortie des trois filtres.



- a) Le filtre 1 est-il linéaire ? Donner, si possible sa nature.
 b) Même question pour $\mathcal{F}_2$.
 c) Même question pour $\mathcal{F}_3$.

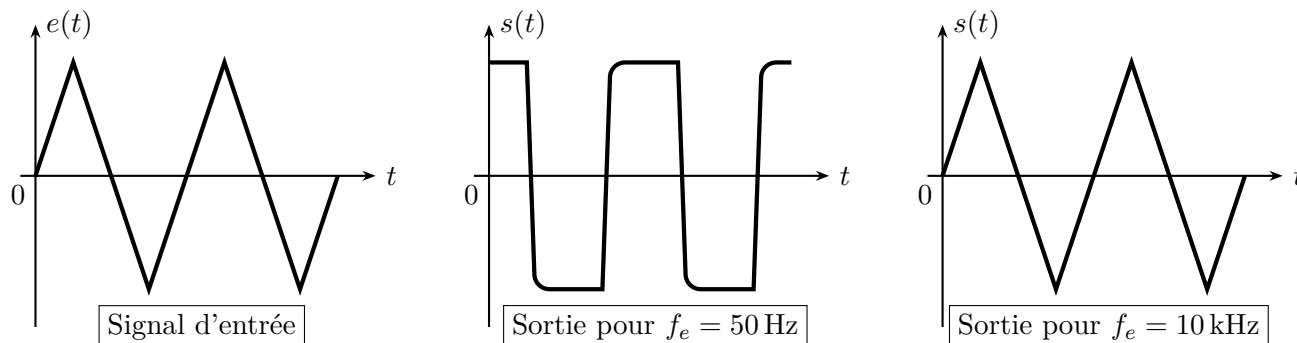
II – Filtres peu sélectifs

- Q.3** Réaliser l'étude qualitative à haute et basse fréquence des montages RC et CR proposés sur la figure suivante et en déduire leur nature.

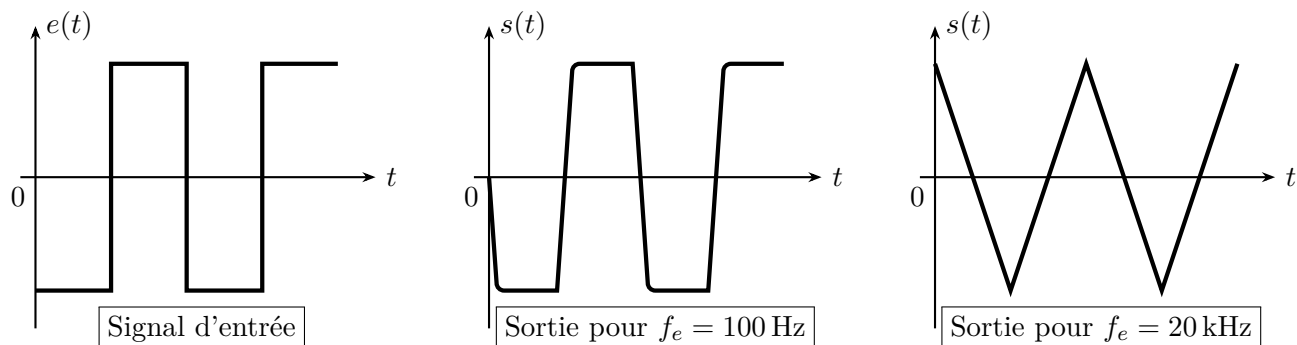


- Q.4** Établir les fonctions de transfert complexes $\underline{H}_{RC}$ et $\underline{H}_{CR}$ des filtres RC et CR puis les mettre sous forme canonique en précisant la pulsation propre ω_0 et le gain maximal H_0 .
- Q.5** Tracer les diagrammes de Bode (asymptotique et réel) du filtre CR uniquement en faisant apparaître les informations pertinentes.

- Q.6** a) La figure suivante donne la réponse d'un filtre du premier ordre à un signal triangulaire d'amplitude 1 V et de fréquence f_e égale soit à 50 Hz soit à 10 kHz. Déterminer, en justifiant, le type de filtre ainsi qu'un ordre de grandeur de sa fréquence caractéristique.



- b) La figure suivante donne la réponse d'un filtre du premier ordre à un signal créneau d'amplitude 1 V et de fréquence f_e égale soit à 100 Hz soit à 20 kHz. Déterminer, en justifiant, le type de filtre ainsi qu'un ordre de grandeur de sa fréquence caractéristique.



III – Filtre sélectif

On s'intéresse maintenant au filtre passif présenté ci-dessous. On impose à l'entrée une tension $e(t)$ sinusoïdale de pulsation ω et on s'intéresse à la sortie $s(t)$ aux bornes de la résistance.

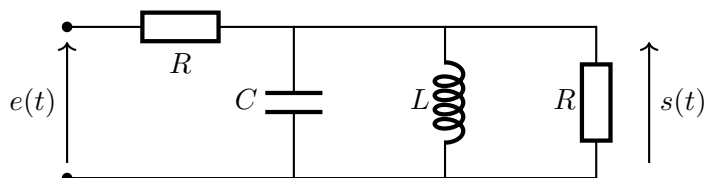


FIGURE 1 – Filtre sélectif passif

- Q.7** Montrer que la fonction de transfert de ce filtre peut se mettre sous la forme $\underline{H}(j\omega) = \frac{H_0}{1 + jQ \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)}$.

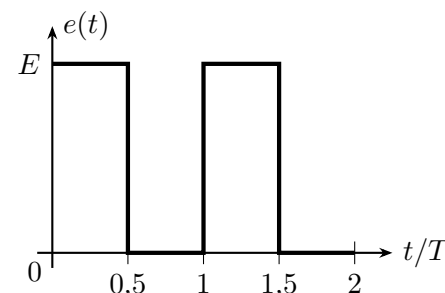
On précisera les expressions de ω_0 , du facteur de qualité Q et de H_0 .

- Q.8** Définir puis calculer les pulsations de coupure du filtre en fonction de ω_0 et Q . En déduire la bande passante $\Delta\omega$.

- Q.9** Tracer soigneusement l'allure du diagramme de Bode (réel et asymptotique) en gain et en phase. On montrera l'effet du facteur de qualité en traçant les diagrammes de Bode pour deux valeurs de Q bien choisies.

IV – Analyseur de Fourier

On met à l'entrée du circuit de la FIGURE 1 le signal $e(t)$ représenté ci-contre avec $f_e = 1/T = 3,0 \text{ kHz}$ et $E = 10 \text{ V}$. On note f_0 la fréquence caractéristique du filtre.



On montre que l'on peut décomposer le signal $e(t)$ sous la forme :

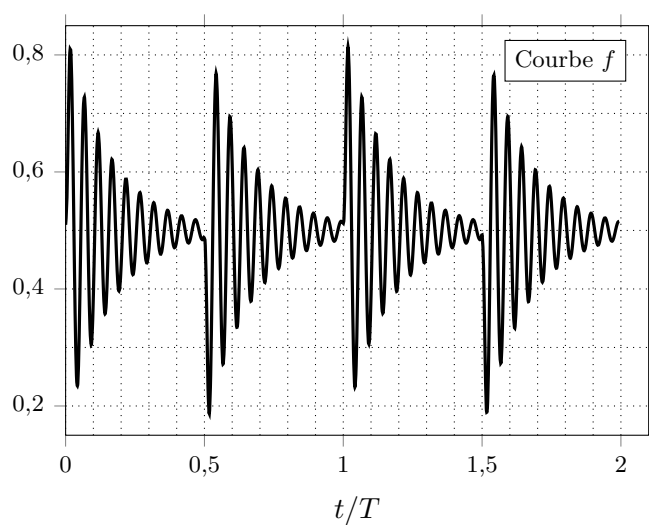
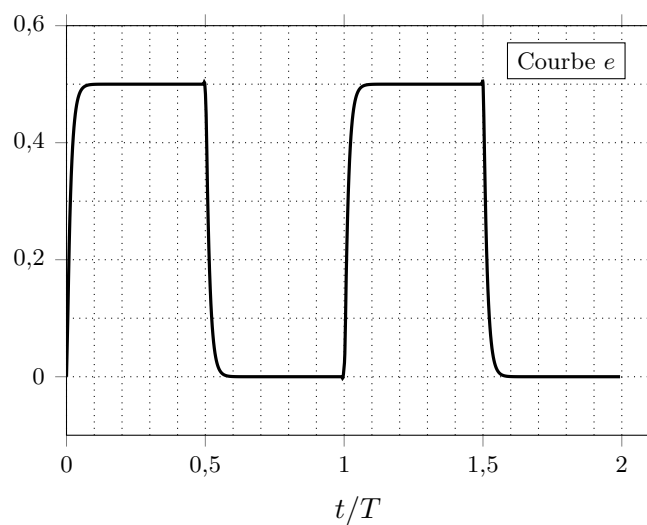
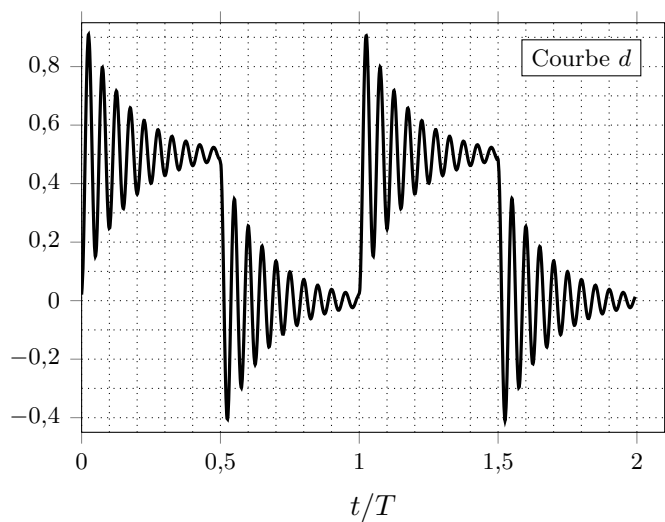
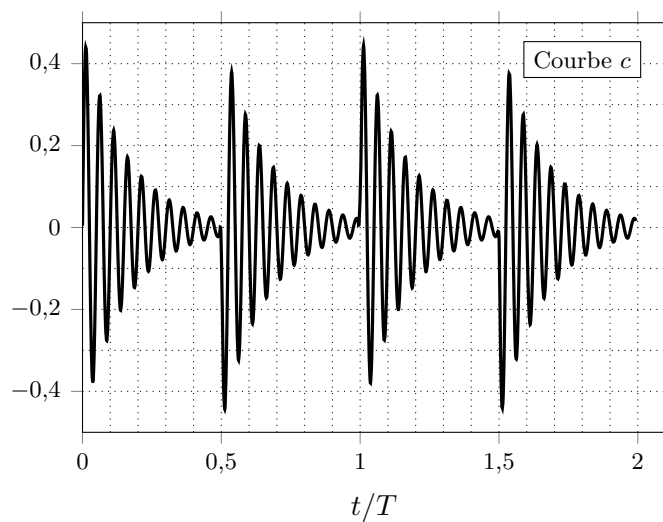
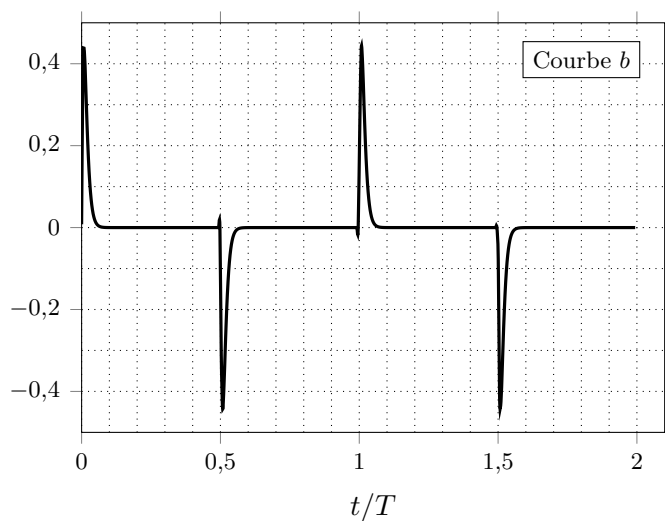
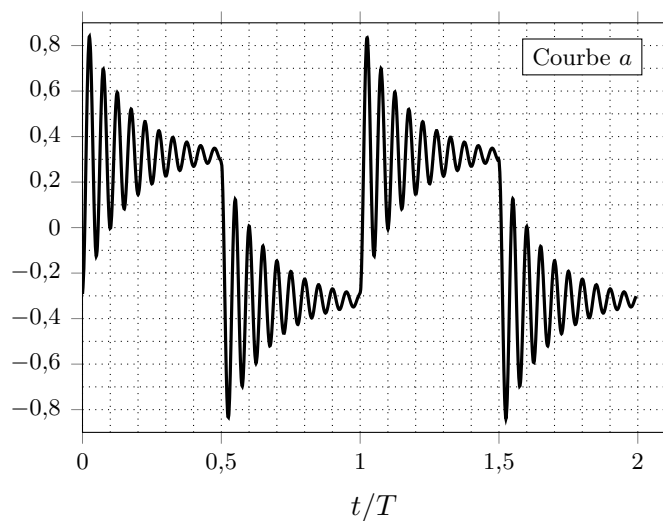
$$e(t) = E \left[\frac{1}{2} + \frac{2}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2n+1} \sin(2\pi(2n+1)f_e t) \right]$$

- Q.10** Que vaut la valeur moyenne de ce signal ? Que devient-elle après passage dans le filtre ?
- Q.11** On étudie dans cette question le cas $f_e = f_0 = 3,0 \text{ kHz}$ et $Q = 20$.
- Comparer, pour le signal de sortie, les amplitudes du fondamental et de l'harmonique de rang 1.
 - Tracer sur le même graphe l'allure de $e(t)$ et $s(t)$.
- Q.12** Comment pourrait-on utiliser le circuit de la FIGURE 1 pour déterminer le spectre en fréquence de $e(t)$?

V – Réponse temporelle

On alimente à nouveau le filtre de la FIGURE 1 par le signal créneau précédent. On choisit cette fois-ci $Q = 10$ et $f_0 = 60 \text{ kHz}$.

- Q.13** Écrire, sans aucune approximation, l'équation différentielle du deuxième ordre entre $s(t)$ et $e(t)$.
- Q.14** On cherche à résoudre cette équation différentielle entre $t = 0$ et $t = T/2$.
- En exprimer une solution homogène. De quel type de régime s'agit-il ?
 - Déterminer la solution particulière.
- Q.15** On donne ci-dessous les courbes représentatives de six signaux. Laquelle correspond à l'évolution temporelle de $s(t)$?



• • • FIN • • •