

1. UN EXERCICE SUR LE DÉNOMBREMENT :

2. COURS & EXERCICES SUR LES SUITES DE $\mathbb{R}$ et $\mathbb{C}$:Suites de $\mathbb{R}$ et $\mathbb{C}$

* Convergence-Divergence-Divergence vers $\pm\infty$.

* Théorèmes Généraux : somme-produit-quotient de suites convergentes, valeur absolue.....

☐ * Critère séquentiel pour la limite et pour la continuité de f :

f converge vers ℓ en a **SSI** toute suite (u_n) qui converge vers a vérifie $(f(u_n))$ converge vers ℓ (valable avec $\ell \in \overline{\mathbb{R}}$).

* Sommes de Riemann (admis).

* Suites de $\mathbb{Z}$.

* Densité et suites de $\mathbb{Q}$.

☐ * Théorème de Cesàro : (HPTS mais à savoir démontrer)

Si (u_n) converge vers $\ell \in \overline{\mathbb{R}}$ alors (v_n) définie par $v_n = \frac{u_1 + \dots + u_n}{n}$ converge aussi vers ℓ .

☐ * Théorème de la limite monotone.

* Suite adjacentes. Segments emboîtés.

* Théorème d'encadrement.

* Définition des **valeurs d'adhérence** d'une suite, **Caractérisations** :

i) $\forall \varepsilon > 0 : \{n \in \mathbb{N} \text{ tel que } |u_n - \lambda| \leq \varepsilon\}$ est infini.

ii) $\forall \varepsilon > 0, \forall N \in \mathbb{N}, \exists \geq N$ tel que $|u_n - \lambda| \leq \varepsilon$

* **Théorème** : Si (u_n) converge vers ℓ alors toute suite extraite converge aussi vers ℓ .

☐ * **Théorème de Bolzano-Weierstrass** (l'une des démonstrations au choix de l'étudiant doit être parfaitement sue)

* **Critères séquentiels** :

☐ Si $f : I \rightarrow \mathbb{R}$, si $a \in \overline{\mathbb{R}}$ (aux bords de I , I étant un intervalle), si $\ell \in \overline{\mathbb{R}}$ et si $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \ell$, alors pour toutes suites (u_n) de I telle que $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = a$ alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(u_n) = \ell$, **ainsi que la réciproque**. Les étudiants doivent être capable de faire les 9 cas selon a et ℓ réel ou $\pm\infty$.

* Comparaisons des suites : O ; o (ou $<<$) ; $\sim$

* Croissances comparées (+les démonstrations) :

$(\ln n)^a = o(n^b)$, $n^b = o(q^n)$, $q^n = o(n!)$ avec $a, b > 0$ et $q > 1$

$\frac{1}{n!} = o(\frac{1}{q^n})$, $\frac{1}{q^n} = o(\frac{1}{n^b})$, $\frac{1}{n^b} = o(\frac{1}{(\ln n)^a})$, , avec $a, b > 0$ et $0 < q < 1$

* Formule de Stirling (admise provisoirement)

* **Suites récurrentes** : Bien insister sur la stabilité d'un intervalle (pour la bornitude, la monotonie...). Limites possibles. Tracé sur le graphe de f des valeurs de la suite (escalier ou escargot).

* **Suites complexes** : Intervention de la partie réelle, imaginaire, du module et de l'argument. Repasse du chapitre : valeur d'adhérence- ☐ **BW (Bien savoir le démontrer)** - $O, o, \sim \dots$

* Suites récurrentes linéaires d'ordre 2 : $u_{n+2} = au_{n+1} + bu_n$.

Prévisions : Fonctions de la variable réelle et DL.