

TRIGONOMETRIE RÉCIPROQUE ET LA TRIGONOMETRIE HYPERBOLIQUE

1.
 1. $y = \arcsin x \iff \left\{ \begin{array}{l} y \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}] \\ \sin y = x \end{array} \right.$, $y = \arccos x \iff \left\{ \begin{array}{l} y \in [0, \pi] \\ \cos y = x \end{array} \right.$, $y = \arctan x \iff \left\{ \begin{array}{l} y \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}) \\ \tan y = x \end{array} \right.$
 2. Tracer des 3 fonctions arcsin, arccos, arctan
 3. ☐ $\forall x \in [-1, 1]$, $\arcsin x + \arccos x = \dots$
 4. ☐ $\forall x > 0$, $\arctan x + \arctan \frac{1}{x} = \dots$, $\forall x < 0$, $\arctan x + \arctan \frac{1}{x} = \dots$
 5. $\forall x \in \dots$, $\sin(\arcsin x) = x$, $\forall x \in \dots$, $\arcsin(\sin x) = x$
Tracer sur $\mathbb{R}$ la fonction $f(x) = \arcsin(\sin x)$
 6. $\forall x \in \dots$, $\cos(\arccos x) = x$, $\forall x \in \dots$, $\arccos(\cos x) = x$
Tracer sur $\mathbb{R}$ la fonction $f(x) = \arccos(\cos x)$
 7. $\forall x \in \dots$, $\tan(\arctan x) = x$, $\forall x \in \dots$, $\arctan(\tan x) = x$
Tracer sur $\mathbb{R}$ la fonction $f(x) = \arctan(\tan x)$
 8. Valeurs usuelles telles que $\arcsin(0)$, $\arccos(1)$, $\arctan(\sqrt{3})$
 9. ☐ Dérivées des 3 fonctions.
 1. Définitions de $\text{sh}(t)$, $\text{ch}(t)$, $\text{th}(t)$.
 2. Formules fondamentales : $\text{cht} + \text{sht} = \dots$ $\text{ch}^2 t - \text{sh}^2 t = \dots$
 3. Lien avec la trigonométrie :
 $\text{sh}(t) = -i \sin(it)$, $\text{ch}(t) = \cos(it)$, $\text{th}(t) = \frac{\sinh t}{\cosh t} = \tan\left(\frac{it}{2}\right)$
 4. Tracer des 3 fonctions sh, ch, th :
 5. ☐ Dérivées des 3 fonctions.

2. COURS et EXERCICES : DL ET TOUT (de MPSI) SUR LES FONCTIONS RÉELLES

DL en 0, en a , en $\pm\infty$ (retour à zéro) à l'aide de Taylor-Young, de somme, produit, composée, quotient (à l'aide du DL de $\frac{1}{1-u}$) et intégration de DL à partir des DL usuelles suivantes à connaître PLUS QUE PAR COEUR à l'ordre n :

$\frac{1}{1-x}$	$\frac{1}{1+x}$	$\frac{1}{1+x^2}$	$\arctan x$	e^x	e^{-x}	e^{2x}	$\sin x$	$\cos x$	$\text{ch} x$	$\text{sh} x$
$\ln(1+x)$	$\ln(1-x)$	$(1+x)^\alpha$	$\sqrt{1+x}$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$\arccos x$					

et $\tan x$ (à l'ordre 3)

Ainsi que :

- Limites en tout genre (avec ε),
- ☐ Rolle,
- ☐ Accroissements finis,
- ☐ Théorème de prolongement des fonctions de classe C^1 ,
- Valeurs intermédiaires,
- ☐ Image d'un segment
- ☐ Taylor reste intégrale - Inégalité de Taylor-Lagrange
- Convexité (revu en classe très rapidement : les démonstrations n'ont pas toutes été refaites)

Définition des barycentres, associativité, coordonnées, barycentre et sous-espace affine.

Barycentres positifs (à coefficients positifs).

Ensembles convexes : définition, propriétés : stabilité par barycentres positifs.

Fonctions convexes, concaves.

Propriétés :

Extension de la définition aux barycentres positifs.

Position par rapport aux cordes.

Inégalité des 3 pentes

☐ Position par rapport aux tangentes.

Caractérisation : convexité de l'épigraphe.

Caractérisation dans le cas C^1 et C^2 .

Inégalité démontrée en classe (HPTS) : ☐ Inégalité arithmético-géométrique.

Inégalité de Hölder

Prévisions : Séries de $\mathbb{R}$ et $\mathbb{C}$.