

DS 3* (4 heures)
Thermodynamique

La calculatrice est autorisée

La plus grande importance sera apportée au soin de la copie ainsi qu'à la clarté des raisonnements. Toute réponse, même qualitative, se doit d'être justifiée. Les affirmations, même justes, mais non justifiées ne seront pas prises en compte. Les résultats doivent être encadrés.

En cas de non respect de ces consignes, un malus sera attribué à la copie comme indiqué dans les tableaux suivants qui stipulent les critères et les effets sur la note le cas échéant :

Critère	Indicateur
Lisibilité de l'écriture	L'écriture ne ralentit pas la lecture.
Respect de la langue	La copie ne comporte pas de fautes d'orthographe ni de grammaire.
Clarté de l'expression	La pensée du candidat est compréhensible à la première lecture.
Propreté de la copie	La copie comporte peu de ratures, réalisées avec soin et les parties qui ne doivent pas être prises en compte par le correcteur sont clairement et proprement barrées.
Identification des questions et pagination	Les différentes parties du sujet sont bien identifiées et les réponses sont numérotées avec le numéro de la question. La pagination est correctement effectuée.
Mise en évidence des résultats	Les résultats littéraux et numériques sont clairement mis en évidence.

Nombre de critères non respectés	Palier de Malus	Effet sur la note
0	0	aucun
1–2	1	–3.3%
3–4	2	–6.7%
5–6	3	–10%

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

L'essentiel des données et formules utiles se trouve dans un formulaire en fin d'énoncé.

Exercice 1 : De la cuisson des œufs

Cette partie a pour objet l'étude d'un cuiseur à œufs tel que celui représenté ci-dessous :



FIGURE 1 – Vue de profil, vue de dessus, vue de dessus sans la cloche (laissant voir la grille)

Cet appareil cuit des œufs (au nombre de 1 à 7) grâce à la vapeur d'eau qui se forme par ébullition de l'eau placée dans le fond du cuiseur. Les œufs à cuire selon différents degrés de cuisson (coque, mollet ou dur) sont placés sur une grille percée de 7 trous circulaires et de 6 trous périphériques permettant la circulation de la vapeur d'eau dans l'enceinte de cuisson. Des orifices sont percés au sommet de la cloche métallique pour permettre à la vapeur de s'échapper.

La puissance électrique consommée par l'appareil est : $\mathcal{P} = 350 \text{ W}$. On considèrera que cette puissance est intégralement consommée par la résistance chauffante. La quantité d'eau placée dans le cuiseur est mesurée à l'aide d'un gobelet gradué selon le nombre d'œufs à cuire et le type de cuisson désirée (voir FIGURE 2). Le fond est bombé à cause de la présence d'une pique sous la base du gobelet permettant le perçage du sommet de l'œuf avant la cuisson afin d'éviter la rupture de la coquille.

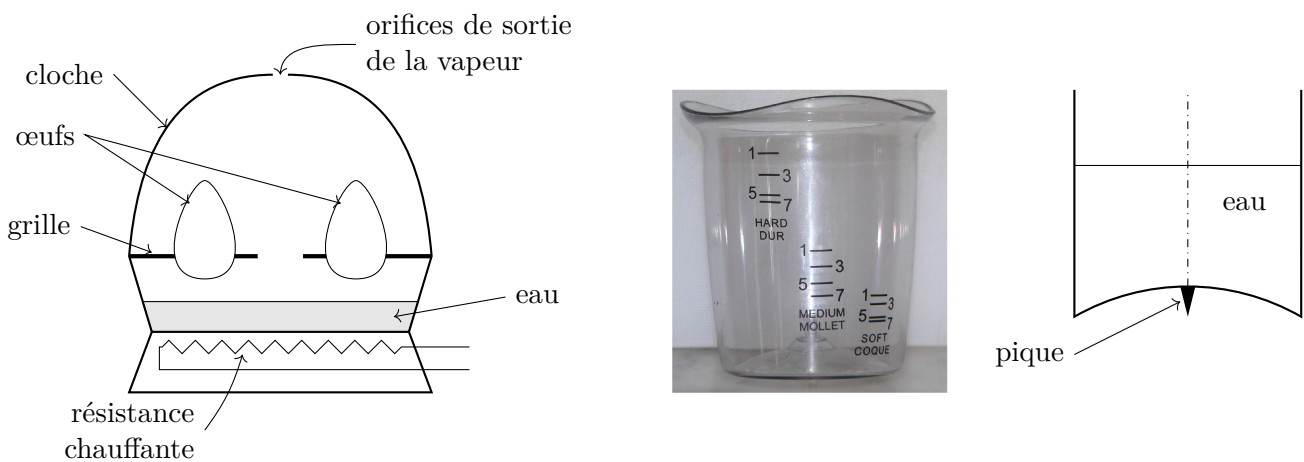


FIGURE 2 – Schéma général du cuiseur, photo et schéma du gobelet

Problématique : on voit sur les graduations du gobelet que la quantité d'eau nécessaire à la cuisson est d'autant plus grande que le nombre d'œufs à cuire est faible, ce qui est à priori étonnant. Les questions qui suivent vont permettre d'analyser ce phénomène.

Fonctionnement du cuiseur : le volume d'eau nécessaire à la cuisson d'un seul œuf dur est de 120 mL. Les œufs à la température initiale $T_0 = 20^\circ\text{C}$ sont placés dans le cuiseur et la masse d'eau m_0 (à la même température initiale T_0) est versée sous les œufs. Cette eau est portée à ébullition sous $p = 1 \text{ bar}$, puis évaporée. Le cuiseur s'arrête quand toute l'eau s'est évaporée.

Notons c la capacité thermique massique de l'eau liquide, T_{eb} sa température d'ébullition dans les conditions de l'expérience, $h \approx 1200 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$ le coefficient de transfert conducto-convectif (eau ↔ œuf) et $m(t)$ la masse d'eau contenue dans le cuiseur à l'instant t .

Soient Δt_1 la durée de chauffage de l'eau de T_0 à T_{eb} et Δt_2 la durée de la cuisson des œufs, qui correspond à l'évaporation totale de l'eau. Pendant cette deuxième phase, on supposera que la vapeur d'eau est à la température $T_{eb} = 100^\circ\text{C}$ sous la pression $p = 1$ bar.

Données pour l'eau : masse volumique $\mu = 1000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$, capacité thermique massique $c = 4180 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$, conductivité thermique $\lambda = 0,6 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$, chaleur latente massique de vaporisation $\ell_{vap} = 2,26 \times 10^6 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1}$.

Formulaire d'analyse vectorielle : le gradient d'un champ scalaire f et la divergence d'un champ vectoriel $\vec{A}$ sont donnés, en coordonnées sphériques, par :

$$\vec{\text{grad}} f = \frac{\partial f}{\partial r} \vec{u}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} \vec{u}_\theta + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial f}{\partial \varphi} \vec{u}_\varphi \quad \text{et} \quad \text{div} \vec{A} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial (r^2 A_r)}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial (\sin \theta A_\theta)}{\partial \theta} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial A_\varphi}{\partial \varphi}$$

I – Chauffage de l'eau

Q.1 Soit m_c la valeur en eau du cuiseur (on rappelle que la valeur en eau d'un objet est la masse d'eau ayant même capacité thermique que cet objet). En supposant la transformation adiabatique pendant le chauffage, exprimer Δt_1 en fonction des données.

Q.2 On place dans le cuiseur une masse d'eau $m_0 = 125 \text{ g}$ (sans œufs) et on mesure une durée de chauffage $\Delta t_0 = 150 \text{ s}$ avant de parvenir à l'ébullition. En déduire la valeur en eau du cuiseur.

II – Détermination de la durée de cuisson Δt_2

Un œuf est composé de trois parties :

- une coquille très mince ;
- le blanc d'œuf constituant les deux tiers de l'œuf. C'est un liquide composé à environ 90% d'eau et 10% de protéines, sels minéraux et vitamines ;
- le jaune d'œuf est composé à moitié d'eau, de 15% de protéines et de 35% de lipides.

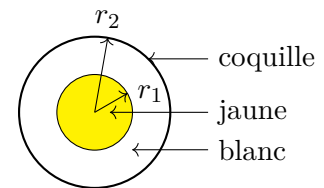


FIGURE 3

Lors de la cuisson (type œuf dur) les protéines se déroulent partiellement et se lient pour former un réseau qui piège l'eau : c'est un gel. Les œufs caoutchouteux sont ceux qui ont perdu trop d'eau ; c'est aussi la sur-cuisson du jaune qui le fait devenir sableux. Quand un œuf est cuit à 100°C , la masse diminue progressivement à mesure que l'eau est éliminée du gel formé. Quand un œuf est cuit à une température peu supérieure à la température de coagulation de ses protéines, il coagule en conservant son eau, gage de moelleux. Le jaune d'œuf commence à épaissir à 65°C . Il coagule totalement à une température de 85°C .

II.A Modélisation et établissement de l'équation de la chaleur

Pour déterminer le temps de cuisson, il est nécessaire de résoudre l'équation de la chaleur en régime dépendant du temps. On modélise un œuf comme un ensemble de deux sphères concentriques de rayons r_1 et r_2 limitant le jaune et le blanc (FIGURE 3).

Afin de simplifier l'étude, on va négliger l'influence de la coquille et considérer l'intérieur de l'œuf comme homogène et ayant les propriétés thermodynamiques de l'eau : masse volumique μ , capacité thermique massique c et conductivité thermique λ .

Q.3 Établir l'équation traduisant le bilan thermique en coordonnées sphériques, en faisant un bilan énergétique sur une couche sphérique de rayon r et d'épaisseur dr .

On introduit les variables réduites : $\rho = r/r_2$ et $\tau = t/\theta$ pour que l'équation de la diffusion s'écrive :

$$\frac{1}{\rho^2} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho^2 \frac{\partial T(\rho, \tau)}{\partial \rho} \right) = \frac{\partial T(\rho, \tau)}{\partial \tau} \quad (1)$$

Q.4 Exprimer θ en fonction de μ , c , r_2 et λ . Commenter la dépendance de θ par rapport à r_2 .

II.B Résolution de l'équation de la chaleur

Afin de résoudre cette équation en régime dépendant du temps, on pose dans un premier temps

$$T(\rho, \tau) = T_{\text{eb}} + f(\rho)g(\tau)$$

Q.5 En utilisant l'équation de la diffusion, montrer que la composante temporelle $g(\tau)$ vérifie l'équation

$$\frac{1}{g(\tau)} \frac{dg(\tau)}{d\tau} = -A^2$$

où A est une constante réelle positive, inconnue à ce stade de la résolution.

Q.6 Exprimer alors $g(\tau)$ à une constante multiplicative près et justifier le signe "-" figurant devant A^2 .

Pour trouver la composante spatiale de $T(\rho, \tau)$, on pose $f(\rho) = \frac{F(\rho)}{\rho}$.

Q.7 Montrer que $F(\rho)$ est solution de l'équation $\frac{d^2 F(\rho)}{d\rho^2} + A^2 F(\rho) = 0$. En déduire l'expression de $f(\rho)$.

Q.8 Montrer alors que la solution générale de l'équation (1) peut s'écrire sous la forme

$$T(\rho, \tau) = T_{\text{eb}} + \sum_i \frac{\beta_i \sin(A_i \rho)}{\rho} \exp(-A_i^2 \tau) \quad (2)$$

II.C Détermination des constantes dans l'approximation de Fourier

Dans le cadre de l'approximation de Fourier, on ne conserve dans l'expression (2) que le terme associé à la constante de temps la plus longue, donc celui correspondant au coefficient A_i le plus petit (qui sera noté A dans la suite), car les autres termes sont rapidement amortis au cours du temps :

$$T(\rho, \tau) \approx T_{\text{eb}} + \frac{\beta \sin(A\rho)}{\rho} \exp(-A^2 \tau)$$

Q.9 On suppose que les échanges thermiques au niveau de la coquille sont donnés par la loi de Newton $\vec{j}_Q = h(T(\rho = 1, \tau) - T_{\text{eb}})\vec{u}_r$. En écrivant deux expressions permettant d'exprimer le flux thermique entrant dans l'œuf, montrer que A est solution de l'équation $\frac{\lambda A}{\lambda - r_2 h} = \tan A$.

Q.10 Pour un œuf moyen, $r_2 = 2,5$ cm. Montrer que dans ces conditions, on peut prendre $A \approx \pi$ comme première solution de l'équation précédente dans $\mathbb{R}^{+*}$. Évaluer l'erreur commise.

Q.11 Exprimer alors $T(\rho, \tau)$ avec la valeur de A précédente. Quelle conséquence peut-on en tirer sur la température à la surface de l'œuf? Montrer que cela revient à considérer une des grandeurs caractéristiques du problème comme infinie.

Q.12 Calculer β en exprimant la température au centre de l'œuf à $t = 0$.

II.D Calcul de la durée de cuisson Δt_2 pour un œuf dur

Q.13 Exprimer, en fonction de θ et des autres données du problème, la durée de cuisson Δt_2 à l'état dur d'un œuf de rayon r_2 , pour lequel la température au centre doit atteindre $T_c = 80^\circ\text{C}$.

Q.14 Calculer Δt_2 pour un œuf de rayon $r_2 = 2,5$ cm. Commenter le résultat obtenu.

III – Détermination de la masse d'eau à placer dans le cuiseur

III.A Estimation de l'énergie de cuisson d'un œuf dur

- Q.15** En faisant un bilan énergétique très simple entre l'état final et l'état initial, donner une borne inférieure $\mathcal{E}_d^{\min}$ de l'énergie de cuisson $\mathcal{E}_d$ d'un œuf dur. Faire l'application numérique.
- Q.16** De la même façon, donner une borne supérieure $\mathcal{E}_d^{\max}$ de l'énergie $\mathcal{E}_d$. Faire l'application numérique.
- Q.17** Dans la suite, on adoptera comme valeur de l'énergie $\mathcal{E}_d$ la moyenne arithmétique de $\mathcal{E}_d^{\min}$ et $\mathcal{E}_d^{\max}$. Calculer numériquement cette valeur.

III.B Modélisation et conclusion

Pendant la phase de cuisson, on peut considérer l'eau contenue dans le cuiseur comme un système ouvert en écoulement permanent, admettant en entrée de l'eau liquide à la température T_{eb} et en sortie de la vapeur d'eau à T_{eb} (noter que, dans cette modélisation, les œufs font partie de l'extérieur du système). Soit $\mathcal{P}$ la puissance thermique fournie par la résistance chauffante, $\mathcal{P}_f$ la puissance associée aux pertes thermiques dans les différentes parties du cuiseur (socle, cloche, ...). On note :

- D_m le débit massique de vapeur en sortie ;
- n le nombre d'œufs dans le cuiseur ;
- ℓ_v la chaleur latente massique de vaporisation de l'eau liquide à 100°C , $\ell_v = 2,26 \times 10^6 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1}$;
- $\mathcal{E}(t)$ l'énergie cédée à un œuf entre le début de sa cuisson et l'instant t ;
- $\mathcal{E}_X$ l'énergie nécessaire à la cuisson d'un œuf dans l'état X (d : dur ; m : mollet ; c : coque).

- Q.18** En appliquant le premier principe au système ouvert en régime permanent pendant la durée dt , établir la relation entre D_m , $\mathcal{P}$, $\mathcal{P}_f$, $\frac{d\mathcal{E}(t)}{dt}$, ℓ_v et le nombre d'œufs n .
- Q.19** On introduit dans le cuiseur une masse m_0 d'eau liquide, qui va donc être vaporisée pendant la phase de cuisson de durée Δt_2 . Montrer que :

$$m_0 = \frac{(\mathcal{P} - \mathcal{P}_f)\Delta t_2 - n\mathcal{E}_X}{\ell_v}$$

Justifier alors les graduations du gobelet.

- Q.20** Exprimer la puissance thermique minimale que doit fournir la résistance électrique pour pouvoir cuire 7 œufs durs. Faire l'application numérique en considérant $\mathcal{P}_f \approx 0$ et en prenant $\mathcal{E}_d = 19 \text{ kJ}$ pour un œuf de 2,5 cm de rayon dont le temps de cuisson est d'environ 10 minutes. Comparer à la puissance du cuiseur et commenter.
- Q.21** On donne FIGURE 4 la représentation graphique de la masse d'eau m_0 contenue dans le gobelet en fonction du nombre d'œufs pour les trois degrés de cuisson (d, m, c). Analyser ces courbes à la lumière des résultats précédents. En particulier :
- déterminer la taille des œufs (c'est-à-dire leur rayon) qui ont servi à étalonner le gobelet ;
 - le temps de cuisson d'un œuf dur vous semble-t-il conforme aux résultats obtenus plus haut ?

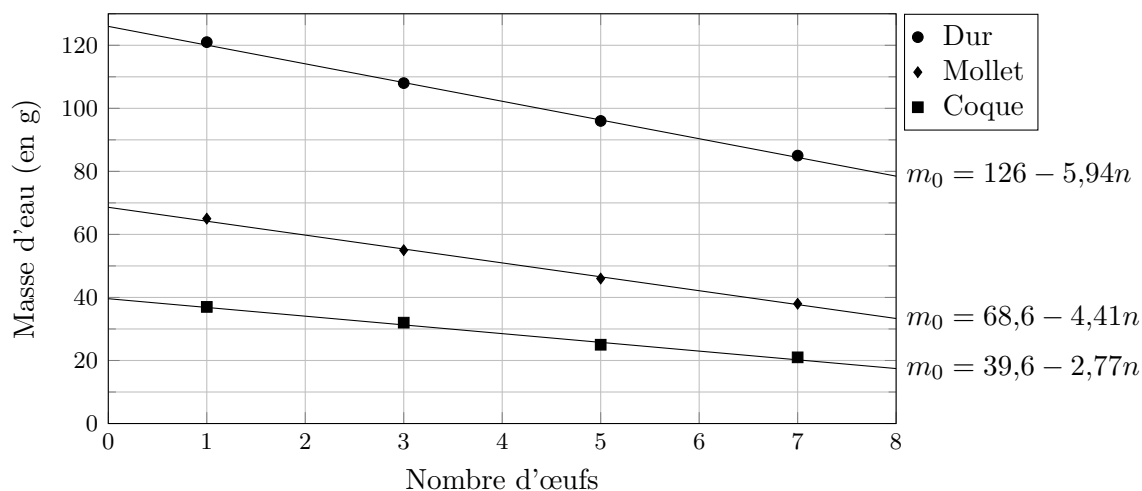


FIGURE 4 – Masse d'eau à introduire dans le cuiseur en fonction du nombre d'œufs, pour les différents choix de cuisson

Exercice 2 : Rénovation énergétique des bâtiments

Dans ce problème, on s'intéresse aux économies d'énergie et à la réduction des émissions de gaz à effet de serre (dioxyde de carbone essentiellement) qu'on peut réaliser en améliorant la thermique des bâtiments : isolation, entretien, mode de chauffage. On prend l'exemple d'une copropriété dont voici une description succincte :

- la résidence est constituée de 10 bâtiments équivalents (3 bâtiments doubles + 4 bâtiments simples, FIGURE 5) ;
- les murs et les toitures des bâtiments ne disposent d'aucun revêtement isolant spécifique ;
- le chauffage est assuré par une chaudière centrale à gaz de puissance nominale égale à 998 kW située au sous-sol du bâtiment 3 (FIGURE 6) ;
- chaque logement est équipé de 6 radiateurs en fonte (FIGURE 6) alimentés par l'eau chaude sortant de la chaudière centrale via un réseau de tuyaux.



FIGURE 5 – Plan de la résidence

On s'intéresse à quelques actions à court et à moyen terme qui peuvent être envisagées dans cette copropriété dans le but de réduire sa consommation énergétique et ses émissions de gaz à effet de serre.



FIGURE 6 – Le chauffage est assuré par une chaudière centrale à gaz (a). L'énergie thermique est transférée aux logements par de l'eau chauffée à environ 70°C circulant dans des radiateurs en fonte (b).

I – L'existant

I.A Puissance de chauffage nécessaire à la résidence

La puissance de chauffage nécessaire à un bâtiment est évaluée en estimant les déperditions thermiques de ce bâtiment (TABLE 1) et en supposant une température extérieure $T_{e,\text{ref}} = -7^\circ\text{C}$. Le confort thermique des habitants est assuré si la température intérieure des logements vaut $T_{i,\text{ref}} = 19^\circ\text{C}$.

Type	U ($\text{W} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{m}^{-2}$)	Surface S (m^2)	ψ ($\text{W} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$)	Longueur L (m)
Murs extérieurs	3,16	5650	–	–
Toiture	0,67	3514	–	–
Ouvrants (fenêtres et portes)	2,32	2496	–	–
Plancher	1,17	3514	–	–
Ponts thermiques	–	–	0,47	8249

TABLE 1 – Sources de déperdition thermique de la résidence. Le coefficient de déperdition thermique U est égal à la puissance thermique perdue par unité de surface et par unité d'écart de température entre un intérieur chauffé à 19°C et l'extérieur. Pour les ponts thermiques, le coefficient de déperdition thermique est noté ψ et s'exprime par unité de longueur.

Q.1 En régime stationnaire, calculer la puissance thermique P_c nécessaire au chauffage de la résidence.

I.B Chauffage au gaz naturel

La chaudière fonctionne au gaz naturel qui est composé en très large majorité de méthane CH_4 .

Q.2 En 2021, le chauffage de la résidence a nécessité $1900 \text{ MW} \cdot \text{h}$. Estimer la masse m_{CO_2} de dioxyde de carbone rejetée dans l'atmosphère.

II – Action à court terme : équilibrage du réseau de chauffage

Des gains énergétiques peuvent être réalisés immédiatement en équilibrant le réseau de chauffage, c'est-à-dire en faisant en sorte que la température dans les appartements soit la même (environ 19°C) quels que soient leurs positionnements sur le réseau de chauffage. On modélise ce réseau par un unique échangeur

thermique cylindrique de longueur totale L , de rayon a constant, de conductance thermique linéique $g = 1/r$ (FIGURE 7). L'eau chaude de chauffage y circule avec un débit de masse Q_m .

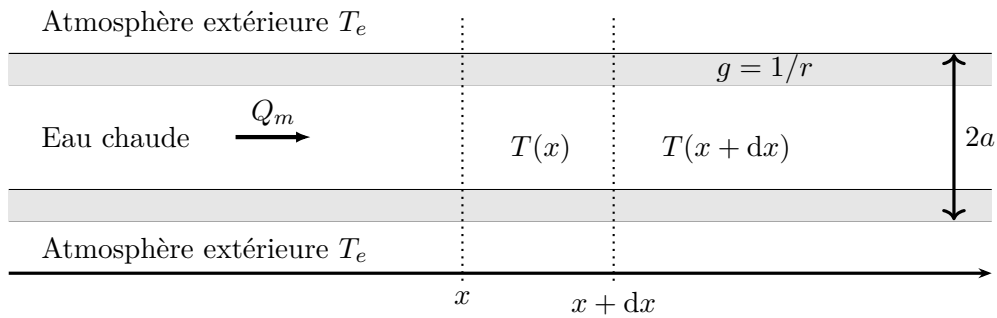


FIGURE 7 – Modélisation du réseau de chauffage

Q.3 En régime stationnaire, montrer que, en négligeant la diffusion thermique interne à l'eau, le champ de température $T(x)$ dans l'eau vérifie :

$$\frac{dT}{dx} + \frac{T}{\xi} = \frac{T_e}{\xi}$$

avec $\xi = Q_m c r$ où c est la capacité thermique massique de l'eau liquide.

Q.4 En déduire l'expression de $T(x)$ en fonction de x . On notera T_0 la température en $x = 0$.

Plus précisément, les canalisations du réseau de chauffage sont en contact avec l'air des appartements, à température $T_i(x)$, eux-mêmes séparés de l'atmosphère extérieure (température T_e) par des parois de conductance thermique linéique moyenne $g_2 = 1/r_2$ (FIGURE 8).

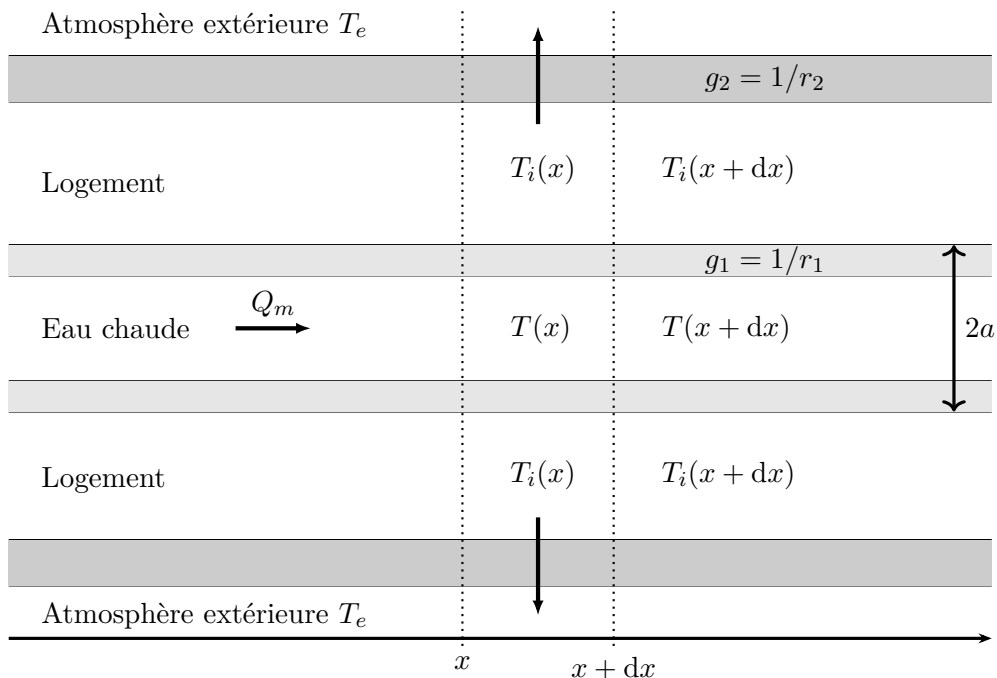


FIGURE 8 – Détail de la modélisation du réseau de chauffage

Q.5 En négligeant les échanges thermiques entre les logements, déterminer l'expression du champ de température $T_i(x)$ en fonction de $T(x)$, T_e , r_1 et r_2 .

Pour la suite, on prend les valeurs numériques suivantes : $r_1 = 1,05 \text{ K} \cdot \text{m} \cdot \text{W}^{-1}$, $r_2 = 0,32 \text{ K} \cdot \text{m} \cdot \text{W}^{-1}$, $Q_m = 1,0 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$, $T_e = 7^\circ \text{C}$, $L = 2,0 \text{ km}$.

Q.6 À quelle température T_0 doit-on chauffer l'eau en entrée du réseau de chauffage pour que la température de chaque logement soit au moins égale à $T_{\min} = 19^\circ\text{C}$?

Q.7 Quel surcoût énergétique relatif ce modèle prédit-il par rapport à un mode de chauffage qui conduirait à une situation parfaitement équilibrée où tous les appartements sont à la température $T_{\min}$?

On propose un schéma de principe d'équilibrage du réseau. Au lieu d'utiliser un circuit hydraulique à une seule maille, on opère une dérivation d'une partie de l'eau sortant de la chaudière par une canalisation calorifugée pour la réinjecter plus loin dans le circuit (FIGURE 9). Une vanne d'équilibrage permet d'ajuster le débit $Q_{m,2}$ d'eau chaude prélevée au circuit principal.

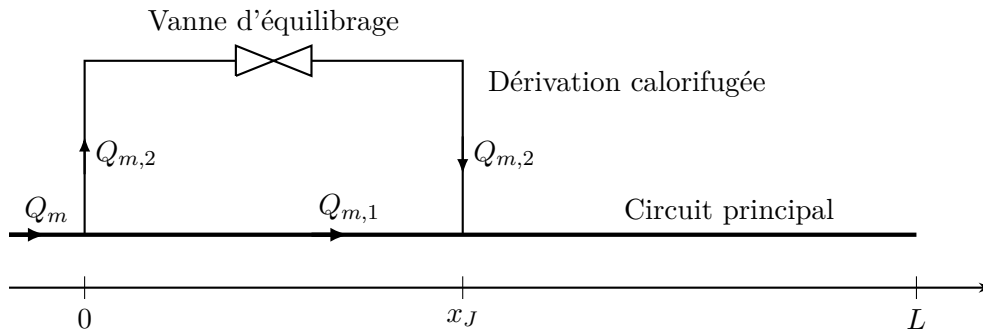


FIGURE 9 – Principe d'équilibrage d'un réseau de chauffage

Q.8 Exprimer la température de l'eau juste après le point de jonction J en fonction de Q_m , $Q_{m,2}$ et x_J notamment.

La température des logements en fonction de leur position dans le circuit de chauffage est représentée FIGURE 10 pour différents débits de masse $Q_{m,2}$ avec Q_m fixé à $1,0 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$ et $x_J = L/2$.

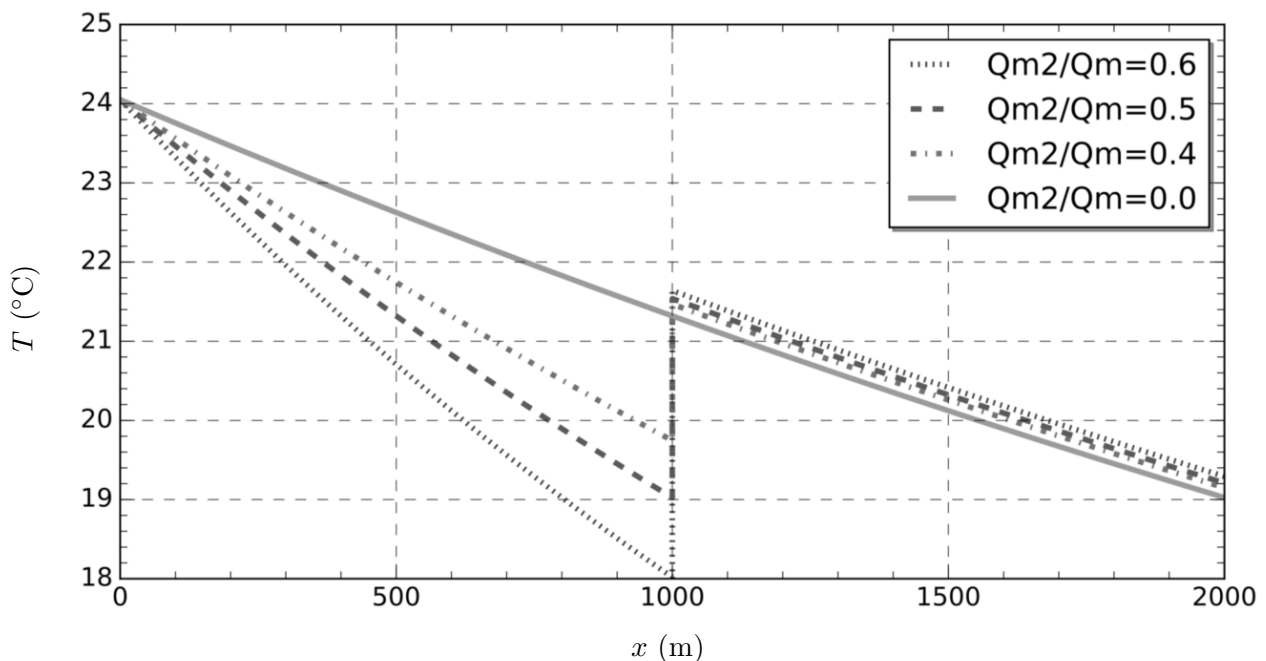


FIGURE 10 – Champ de température au sein des logements

Q.9 Parmi les valeurs de $Q_{m,2}$ testées, laquelle semble la plus intéressante ? Justifier brièvement.

Q.10 Estimer l'économie relative d'énergie réalisée par rapport au réseau non équilibré.

III – Actions à moyen terme

III.A Isolation thermique par l'extérieur

L'isolation par l'extérieur consiste à recouvrir les murs des bâtiments d'une couche d'isolant thermique. Un des isolants les plus utilisés est la laine de roche dont les caractéristiques sont données dans le TABLE 2.

Épaisseur	12 cm
Conductivité thermique	$0,037 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$
Prix unitaire	250 €/m ²

TABLE 2 – Caractéristiques d'un panneau de laine de roche.

Q.11 Exprimer l'épaisseur d'isolant à appliquer sur les murs pour réduire d'une fraction μ les déperditions énergétiques de l'ensemble de la résidence, toutes choses égales par ailleurs. En déduire le nombre de couches de plaques de laine de roche qu'il faut appliquer sur les murs de la résidence pour réduire ses déperditions énergétiques de $\mu = 45\%$. Est-il intéressant d'ajouter une couche supplémentaire de laine de roche à cette isolation ?

III.B Remplacement de la chaudière par une pompe à chaleur

Cette section étudie l'opportunité de remplacer la chaudière à gaz par une pompe à chaleur. Le principe d'une pompe à chaleur est rappelé sur la FIGURE 11 et les caractéristiques de la pompe à chaleur dont l'installation est envisagée sont données dans la TABLE 3 en annexe.

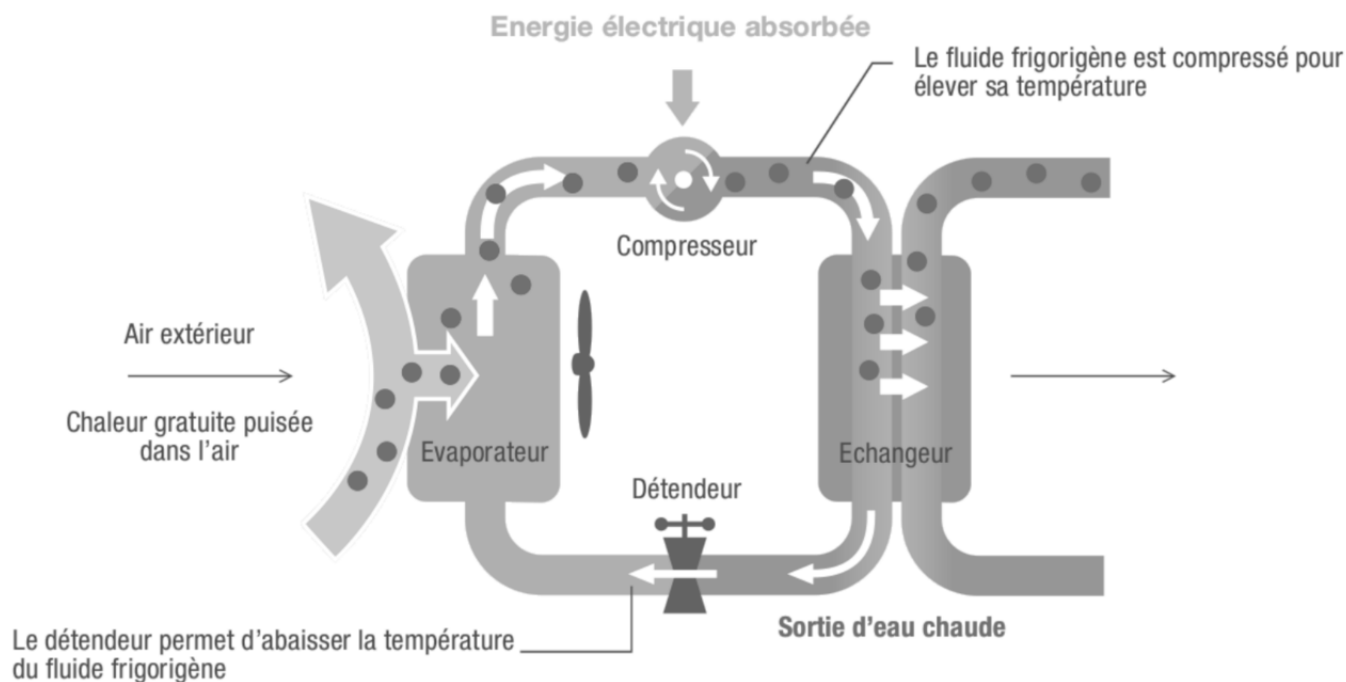


FIGURE 11 – Schéma de principe d'une pompe à chaleur

Q.12 Évaluer le coefficient de performance COP_{rev} de la pompe à chaleur en supposant qu'elle fonctionne de façon réversible, au sens de la thermodynamique, pour les conditions de température représentatives de la copropriété étudiée (source chaude à 70°C , source froide à 7°C). Comparer la valeur obtenue aux valeurs du COP fournies dans la documentation de la pompe à chaleur considérée.

Le R407C, fluide frigorigène utilisé par la pompe à chaleur, est un mélange des fluides frigorigènes R32, R125 et R134a, miscibles en toutes proportions. Il décrit le cycle thermodynamique suivant :

- $1 \rightarrow 2$: compression isentropique de vapeur surchauffée initialement à 10°C sous une pression de 6 bar jusqu'à une température de 90°C ;
- $2 \rightarrow 3$: refroidissement isobare et liquéfaction isobare totale au contact de la source chaude ;
- $3 \rightarrow 4$: détente isenthalpique jusqu'à atteindre la pression 6 bar ;
- $4 \rightarrow 1$: vaporisation isobare et surchauffage isobare au contact de la source froide.

- Q.13** Tracer le cycle thermodynamique sur le diagramme (P, h) du fluide R407C fourni FIGURE A en annexe, à rendre avec la copie.
- Q.14** Évaluer le COP . Comparer à la documentation technique et expliquer d'éventuelles différences.
- Q.15** Évaluer le débit de masse D_m du fluide frigorigène lorsque la pompe à chaleur fonctionne en mode *priorité puissance*. Commenter.
- Q.16** Toujours en mode *priorité puissance*, combien de pompes à chaleur faut-il associer pour satisfaire le besoin en chauffage de la résidence dans son état actuel ?
- Q.17** L'utilisation de radiateurs en fonte nécessite une injection d'eau à environ 70°C . Est-il intéressant, du point de vue financier et du point de vue de l'émission de gaz à effet de serre, de remplacer la chaudière de la copropriété par un ensemble de pompes à chaleur produisant de l'eau à cette température ? On prendra 200 €/MWh pour le coût de l'électricité et 90 €/MWh pour le coût du gaz. Discuter.

Données

Constantes fondamentales

Constante des gaz parfaits : $R = 8,31 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$

Le watt-heure : $1 \text{ W} \cdot \text{h} = 3,6 \times 10^3 \text{ J}$

Données physico-chimiques à 298 K

Capacité thermique massique de l'eau : $c = 4,18 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$

Enthalpie molaire de vaporisation de l'eau : $\Delta_v H(\text{H}_2\text{O}) = 40,7 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$

Masse molaires (en $\text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$) : $M_{\text{O}} = 16,0$; $M_{\text{CO}_2} = 44,0$; $M_{\text{CH}_4} = 16,0$

Enthalpies molaires standard de formation :

$\Delta_f H^\circ(\text{H}_2\text{O}_{(\ell)}) = -285 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$; $\Delta_f H^\circ(\text{CH}_{4(\text{g})}) = -75 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$; $\Delta_f H^\circ(\text{CO}_{2(\text{g})}) = -393 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$

● ● ● FIN ● ● ●

Annexe du DS 3* (À détacher et à rendre avec la copie)

Q.13 de l'Exercice 2

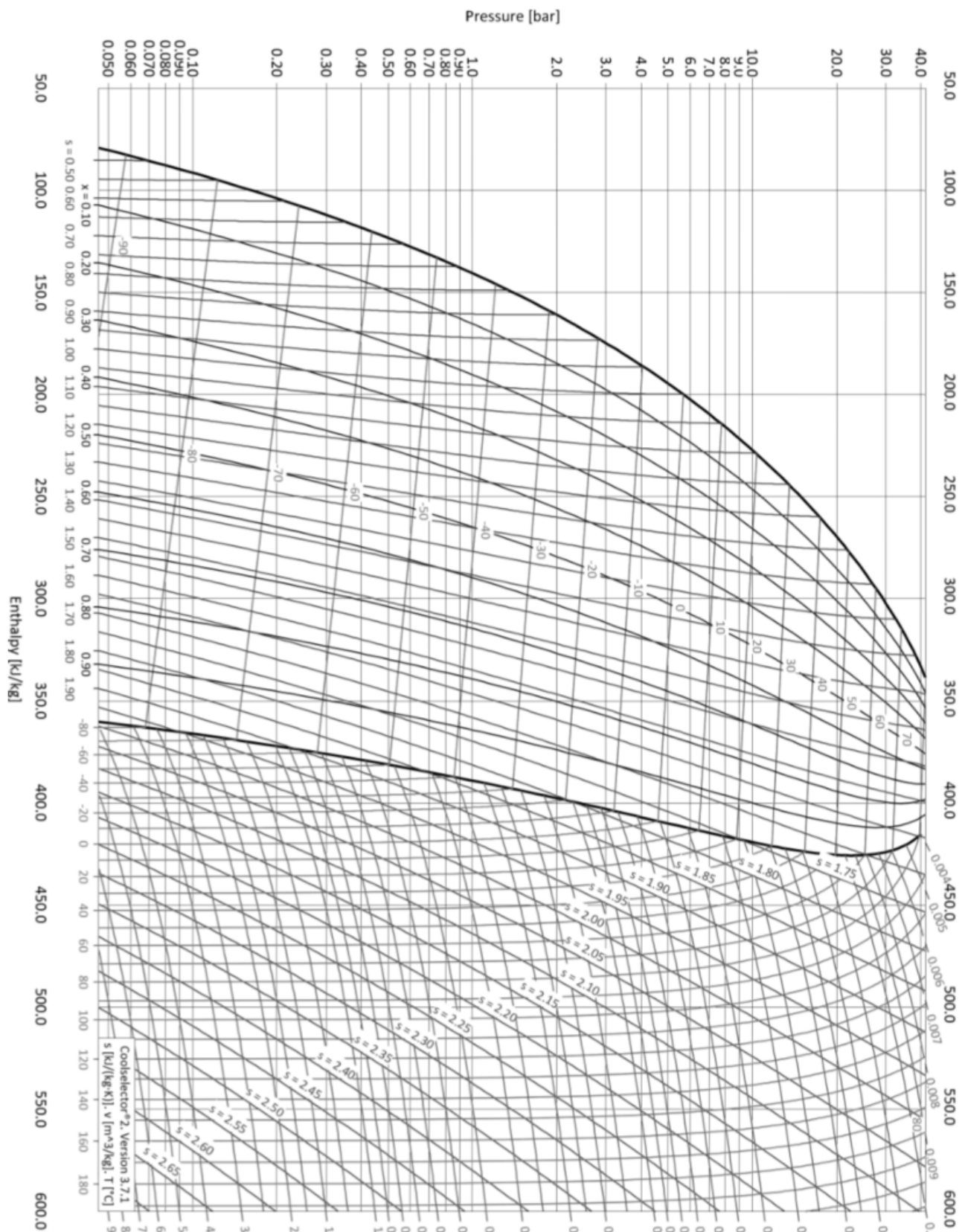


FIGURE A – Diagramme enthalpique du fluide R407C

	Priorité COP	Priorité puissance
Température de l'eau : entrée 30 °C, sortie 35 °C (température extérieure +7 °C)		
Puissance nominale (kW)	45,00	63,40
Puissance absorbée nominale (kW)	10,90	17,70
COP à puissance nominale	4,13	3,58
Température de l'eau : entrée 40 °C, sortie 45 °C (température extérieure +7 °C)		
Puissance nominale (kW)	45,00	63,20
Puissance absorbée nominale (kW)	12,90	20,90
COP à puissance nominale	3,49	3,02
Température de l'eau : sortie 70 °C (température extérieure +7 °C)		
Puissance nominale (kW)	45,00	58,70
Puissance absorbée nominale (kW)	25,60	32,60
COP à puissance nominale	1,76	1,80
Température de l'eau : entrée 30 °C, sortie 35 °C (température extérieure +20 °C)		
Puissance nominale (kW)	45,00	73,90
Puissance absorbée nominale (kW)	7,40	15,30
COP à puissance nominale	6,08	4,83
Poids net à vide (kg)	526	
Débit minimum / nominal (kg · h ⁻¹)	3950 / 7900	
Diamètre entrée / sortie du circuit de chauffage (mm)	38,1 / 38,1	
Plage de fonctionnement température extérieure garantie (°C)	-20 / +40	
Fluide / charge	R407C / 2 × 5,5 kg	
PRG / équivalent CO ₂ (– / kg)	1774 / 19 514	
Alimentation électrique unité extérieure ~ 50 Hz	400 V – 3P + N + T	

TABLE 3 – Caractéristiques de la pompe à chaleur