

PROGRAMME DE COLLE 19 : COLLE DEUX EN UN

1. Cours : PRODUITS SCALAIRES RÉELS (début)

Définition d'une forme bilinéaire, d'une forme bilinéaire symétrique , d'une forme bilinéaire positive et d'une forme bilinéaire définie positif.

Produit Scalaire, espace Pré-hilbertien réel (espace vectoriel munit d'un P.S.) et espace euclidien (espace vectoriel de dimension finie munit d'un P.S.). Norme, distance euclidiennes associés à un P.S.

Exemples de PHR : \mathbb{R}^n et son P.S. canonique, les P.S. définis avec une intégrale et $\ell^2(\mathbb{R})$ (séries de carré convergente).

- Expression matriciel du P.S. : $X^T A Y$ et $X^T Y$.

Relation de polarisation entre produit scalaire et norme. Identité du parallélogramme.

Base OTN, expression du PS dans une base OTN, Expression Matriciel du P.S.,

- Procédé d'orthonormalisation de Gram-Schmidt.

Orthogonal d'un sous-ensemble de E : F^\perp , propriétés.

- Théorème : Si $E = F \oplus G$ et $F \perp G$ alors $G = F^\perp$.

- **Théorème fondamental** : Si F est un SEV de dimension finie d'un PHR E , alors $F \oplus F^\perp = E$.

- Projection orthogonale, expression dans une base OTN, distance vecteur-SEV.

- Isomorphisme canonique entre un espace euclidien et son dual.

2. PROBABILITÉS et SÉRIES ENTIÈRES : EXERCICES

Révisions (TOUTE LA COLLE N°7) + COLLE N°18

FONCTIONS GÉNÉRATRICES : cours et exercices

Définition- Proposition

Régularité-caractérisation de X

Utilisation de G_X pour calculer les moments de X

- X admet une espérance finie **SSI** G_X est dérivable en 1 et dans ce cas $G'_X(1) = E(X)$.
- X admet une variance finie **SSI** G_X est deux fois dérivable en 1 et dans ce cas $G''_X(1) = E(X(X - 1))$.

Fonction génératrice d'une somme finie de VADR. Application à la somme de 2 "Poisson".

Application aux lois usuelles.

Prévisions : Produits scalaires suite et fin