

ÉPREUVE SPÉCIFIQUE - FILIÈRE MP

PHYSIQUE - CHIMIE

Durée : 4 heures

N.B. : le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction. Si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

RAPPEL DES CONSIGNES

- Utiliser uniquement un stylo noir ou bleu foncé non effaçable pour la rédaction de votre composition ; d'autres couleurs, excepté le vert, bleu clair ou turquoise, peuvent être utilisées, mais exclusivement pour les schémas et la mise en évidence des résultats.
 - Ne pas utiliser de correcteur.
 - Écrire le mot FIN à la fin de votre composition.
-

Les calculatrices sont autorisées.

Le sujet est constitué de deux problèmes indépendants, dont les sous-parties sont en grande partie indépendantes. Les données ainsi qu'une annexe sont regroupées en fin d'énoncé.

Problème I : Chasse au plomb

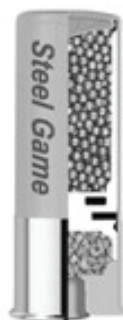
Données

- On suppose l'accélération de la pesanteur égale à $\vec{g} = -g\vec{k}$ avec $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$.
- Le référentiel terrestre est supposé galiléen.
- Masse volumique du plomb solide : $\rho = 11\,350 \text{ kg.m}^{-3}$.
- Masse volumique de l'air : $\rho_a = 1,23 \text{ kg.m}^{-3}$.

Un fusil de chasse (arme à feu) ou de ball-trap permet d'envoyer à distance des projectiles au moyen de gaz produits par la combustion rapide et confinée d'un composé chimique. La déflagration va éjecter de la bouche du fusil les sphères de plomb qui étaient dans la cartouche avec une vitesse qui, en moyenne, vaut $v_0 = 380 \text{ m.s}^{-1}$, valeur à utiliser dans toutes les applications numériques ultérieures.

Document 1

Les données suivantes sont fournies par un fabricant de cartouches de fusil de chasse (contenant de la grenaille de plomb ou de fer doux, dont les projectiles sont appelés « plombs » quelle que soit leur nature). La photographie ci-dessous est celle d'une cartouche en partie dénudée.



La vitesse de vol des billes de plomb dépend en premier lieu de leur taille. Avec une même vitesse de départ on obtient des différences considérables puisque, en raison de leur masse moins importante, les plombs de petit diamètre perdent plus de vitesse pour une même distance parcourue, face à la résistance de l'air à laquelle ils sont confrontés. La distance de sécurité de la grenaille de plomb, c'est-à-dire la distance au-delà de laquelle il n'y a plus danger pour les tiers, peut être déterminée à partir de la règle grossière suivante : diamètre des plombs $\times 100 =$ zone dangereuse en m. Exemple : pour des plombs de 3 mm : $3 \times 100 = 300 \text{ m}$.

Voilà la distance maximale possible avec l'angle de tir le plus favorable, à ne pas confondre avec la portée utile, qui est beaucoup plus faible. Dans le cas de la grenaille de fer doux, cette distance de sécurité est nettement plus faible en raison de la moindre densité des billes. Par contre, en cas d'agglutination, les billes agglutinées constituent des projectiles d'un poids supérieur qui peuvent être dangereux à des distances beaucoup plus grandes. Selon la taille des grains, la portée utile avec de la grenaille de plomb est de 35 à 40 m tout au plus. Au-delà, la dispersion est trop grande de sorte qu'il n'y a plus de couverture suffisante. La puissance de pénétration et la létalité des plombs diminuent avec l'augmentation de la distance de tir et ce, d'autant plus rapidement que les plombs sont plus petits.

Nous allons vérifier ces affirmations.

Nous considérons la trajectoire d'un plomb de cartouche dont la dimension est typiquement de quelques millimètres et la masse inférieure au gramme. On néglige la poussée d'Archimède.

Équation du mouvement

Le projectile est a priori soumis à deux forces : son poids et la force de frottement fluide exercée par l'air qui, dans les cas considérés, est constituée de la traînée aérodynamique qui s'écrit

$$\vec{F}_D = -\frac{1}{2} \rho_a S C_D v \vec{v},$$

où v est la norme du vecteur vitesse $\vec{v}$ du projectile, ρ_a est la masse volumique de l'air, $S = \pi R^2$ est la section de l'objet exposée au fluide dans la direction de l'écoulement et C_D est un coefficient sans dimension appelé « coefficient de traînée ». Pour les vitesses typiques étudiées (vitesses supersoniques situées entre 375 et 420 m/s) et pour les formes quasi-sphériques de projectiles, C_D est de l'ordre de 0,44.

Q1. Établir l'équation différentielle du mouvement du centre de masse du plomb de masse m .

On confondra, par la suite, le plomb avec une masse ponctuelle à laquelle on appliquera la force de traînée aérodynamique.

Premier modèle : trajectoire gravitaire

On considère le cas où la vitesse initiale du projectile est suffisamment faible pour que l'on puisse négliger la force de frottement fluide de l'air.

Q2. Montrer que cela correspondrait à une vitesse initiale v_0 , obéissant à l'inégalité

$$v_0 \ll \sqrt{\frac{2mg}{\rho_a \pi R^2 C_D}}.$$

Par la suite on notera $v_\infty = \sqrt{\frac{2mg}{\rho_a \pi R^2 C_D}}.$

Q3. Projeter l'équation du mouvement sur la base cartésienne (**figure 1**, page 4). On note θ l'angle de la vitesse $\vec{v}$ avec le plan horizontal et θ_0 sa valeur à l'instant initial. On prend un repère tel que $\vec{v}_0 = v_0 (\cos \theta_0 \vec{i} + \sin \theta_0 \vec{j})$ et dont l'origine O est la position de la particule à l'instant initial.

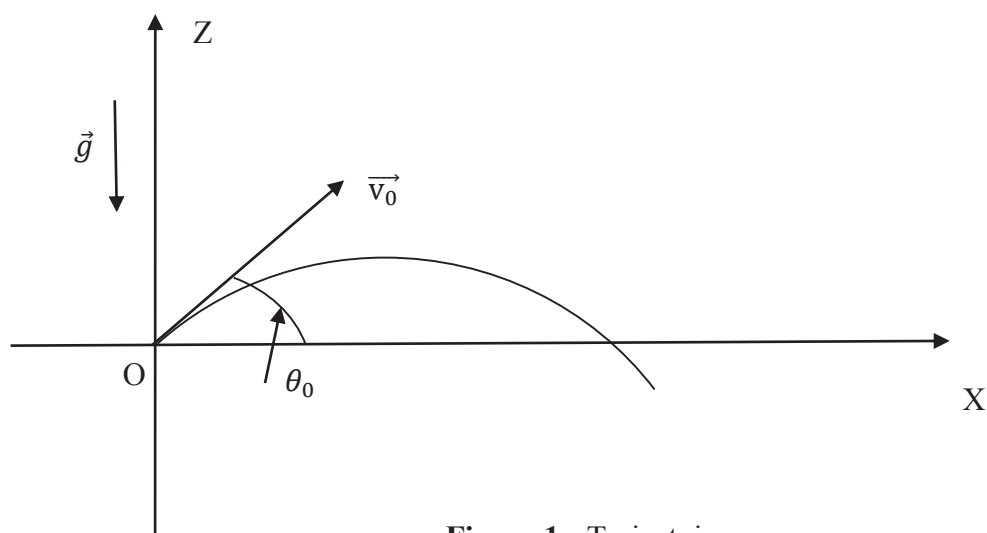


Figure 1 - Trajectoire

- Q4.** Établir les équations paramétriques de la vitesse et de la position en fonction du temps.
- Q5.** Quelle est la nature de cette trajectoire dite « gravitaire » ?
- Q6.** Montrer que la portée du tir, c'est-à-dire la distance atteinte par le projectile dans le plan horizontal de départ ($Z = 0$), vaut

$$X_M = \frac{v_0^2 \sin(2\theta_0)}{g}$$

et que la hauteur maximale atteinte par le projectile vaut

$$H_M = \frac{v_0^2 \sin^2(\theta_0)}{2g}.$$

- Q7.** Donner la valeur de l'angle θ_0 pour laquelle la portée est maximale.

Q8. Application numérique

La taille des plombs est identifiée par un numéro allant de 1 à 12 qui correspond à une régression arithmétique des diamètres de 0,25 mm par numéro. Une cartouche de n° 8 possède des plombs plus petits qu'une de n° 4. Le **tableau 1** ci-dessous donne les rayons de quelques types de plombs et certains résultats numériques obtenus en utilisant les formules ci-dessus pour une vitesse initiale $v_0 = 380 \text{ m.s}^{-1}$.

n° du plomb	1	5	10
Rayon (mm)	2,0	1,5	0,875
Masse m (g)	0,38	?	0,031
Portée X_M (km)	?	?	?
Hauteur H_M (km)	?	?	?
v_∞ (m.s^{-1})	33	?	22

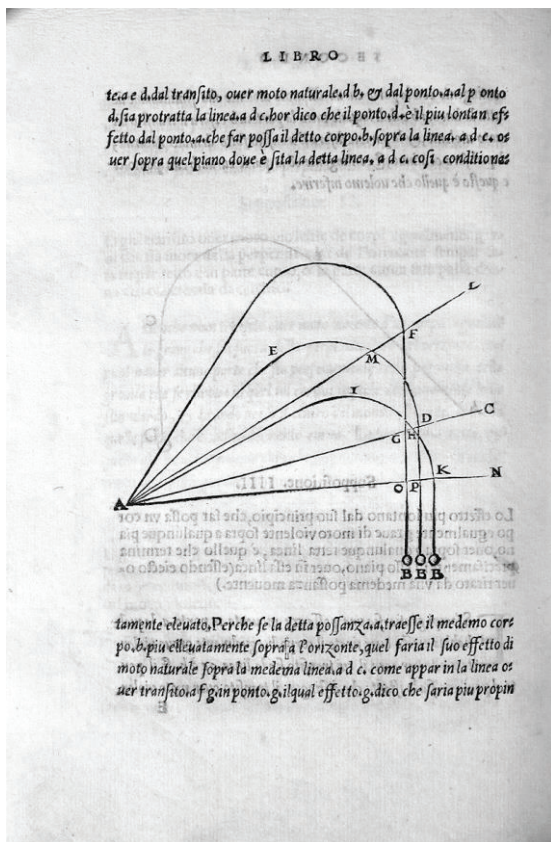
Tableau 1

Reporter le **tableau 1** sur votre copie en le complétant par des valeurs à deux chiffres significatifs.

- Q9.** Comparer la portée maximale, obtenue pour un angle $\theta_0 = 45^\circ$, à la portée donnée dans le **document 1** (pages 2-3) et conclure. Quel(s) autre(s) facteur(s) montre(nt) qu'il faut abandonner le modèle gravitaire ?

Deuxième modèle : trajectoire de Tartaglia

On vient de voir dans l'étude précédente que, pour les plombs de chasse, v_0 est très supérieure à v_∞ . Dans ce cas, la trajectoire diffère considérablement de la trajectoire gravitaire. On distingue 3 phases : une première phase à mouvement rectiligne, une deuxième phase à trajectoire asymétrique autour d'un sommet et une troisième phase de mouvement de chute verticale. Il s'agit d'une « trajectoire de Tartaglia », du nom du mathématicien balisticien Niccolò Tartaglia (XVI^e siècle, portrait ci-dessous), qui a décrit les trajectoires (extrait ci-dessous) d'un boulet de canon.



Phase initiale : mouvement rectiligne ascendant

Soit OX' la direction de la droite trajectoire dans cette phase initiale. On note X' l'abscisse du point M sur cette droite qui fait un angle θ_0 avec OX et $\vec{v}$ sa vitesse (**figure 2**, page 6).

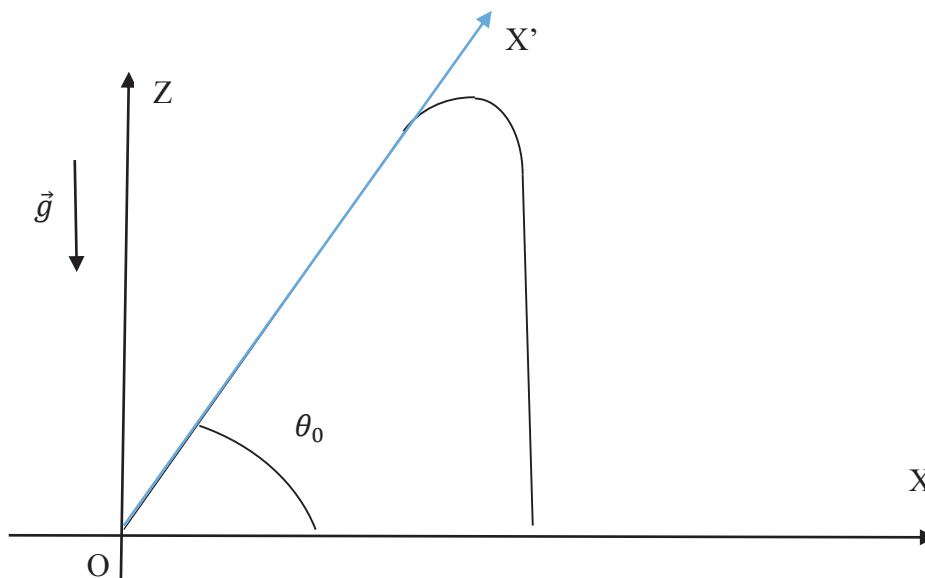


Figure 2 - Trajectoire de Tartaglia

Q10. Montrer que le poids d'un plomb est alors négligeable devant la force de traînée.

Q11. Montrer que l'équation du mouvement dans la première phase se met sous la forme :

$$\frac{d\vec{v}}{dX'} = -\frac{g}{v_{\infty}^2} \vec{v} = \frac{1}{D} \vec{v}.$$

Q12. Quelle est la dimension de D ?

Q13. Établir l'expression de $\vec{v}$ en fonction de X' .
Que représente le paramètre D ?

Q14. On note d la distance que doit parcourir le plomb pour atteindre une vitesse $10 v_{\infty}$, v_u la vitesse atteinte quand le plomb a parcouru 40 m et E_c l'énergie cinétique correspondante. Le **tableau 2** ci-dessous donne pour trois numéros de plomb des résultats numériques obtenus en utilisant les formules ci-dessus pour une vitesse initiale $v_0 = 380 \text{ m.s}^{-1}$.

n° du plomb	1	5	10
D (m)	110	?	50
v_0/v_{∞}	11	?	17
d (m)	275	?	140
v_u (m.s ⁻¹)	270	?	170
E_c (J)	13,5	?	0,45

Tableau 2

Reporter le **tableau 2** sur votre copie en le complétant par des valeurs à deux chiffres significatifs.

Q15. Comment définiriez-vous la portée utile d'un tir ?

On lit dans les journaux de chasse que le caractère mortel du tir vient en première approximation du fait que les plombs qui pénètrent dans le gibier communiquent à l'animal leur énergie cinétique créant ainsi une onde de choc fatale.

Q16. En supposant qu'il suffit de 2 plombs numéro 1 pour avoir un canard à son tableau de chasse, de combien de plombs 5 et 10 suffirait-il ?
En déduire l'ordre de grandeur de la portée utile à l'aide de l'évaluation du paramètre D précédemment défini.

Q17. Comparer aux valeurs données dans le **document 1** (pages 2-3).
Pourquoi faut-il prendre des billes plus grosses en fer doux, sachant qu'il s'agit d'un acier de masse volumique $\rho' = 7600 \text{ kg.m}^{-3}$?
Quel est le danger lié à l'agglutination de la grenaille ?

Troisième et dernière phase : mouvement rectiligne descendant

On note que cette phase est quasiment verticale.

Q18. À quoi correspond-elle ?

Q19. Montrer que la vitesse limite atteinte pendant cette dernière phase vaut :

$$\vec{v}_{\infty} = \sqrt{\frac{2mg}{\rho\pi R^2 C_D}} (-\vec{k}).$$

Expliquer le terme de « mur aérodynamique » utilisé pour qualifier cette dernière phase.

Deuxième phase : la phase intermédiaire

Dans cette phase, la vitesse a diminué.

Q20. Pourquoi qualifie-t-on cette phase de « phase gravitaire » ?

On peut établir par un calcul formel, à partir de l'équation du mouvement, l'expression approchée de la portée maximale du projectile pour ce type de trajectoire :

$$X_M \approx \frac{D \cos(\theta_0)}{2} \text{Ln} \left[1 + 4 \left(\frac{v_0}{v_{\infty}} \right)^2 \sin(\theta_0) \right] = H \cotan(\theta_0).$$

Q21. Évaluer numériquement les portées maximales des numéros 1, 5 et 10 de plombs, pour $\theta_0 = 16^\circ$.
Comparer aux valeurs données dans le **document 1** (pages 2-3).

Le même calcul donne également l'expression approchée de l'angle initial permettant d'optimiser la portée maximale X_M .

$$\theta_{max} \approx \arctan \left(\sqrt{\frac{2\sqrt{2}(v_0/v_{\infty})^2}{[1 + 2\sqrt{2}(v_0/v_{\infty})^2][\text{Ln}(1 + 2\sqrt{2}(v_0/v_{\infty})^2)]}} \right).$$

Q22. La **figure 3** (page 8) donne la courbe θ_{max} , (en degrés) fonction de $\log(v_0/v_{\infty})^2$. Identifier la valeur de θ_{max} pour les trois numéros de plomb considérés.

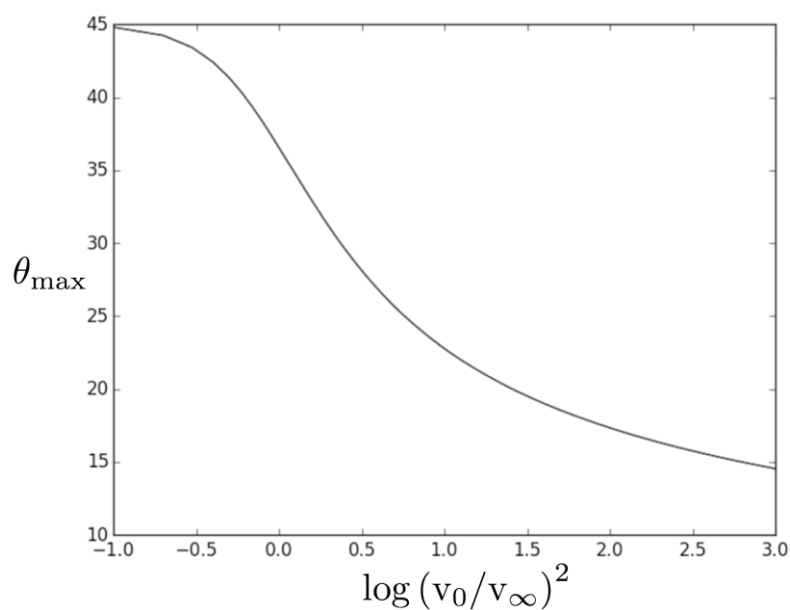


Figure 3 - Angle initial optimal

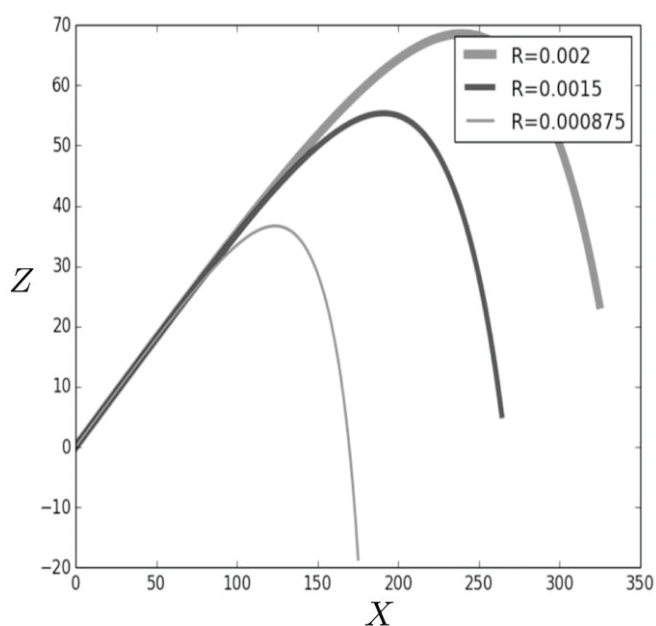


Figure 4 - Trajectoires de différents plombs

Pour calculer plus précisément la portée utile du tir de grenaille de plomb, on intègre numériquement l'équation du mouvement.

La **figure 4** donne les trajectoires des plombs n° 1, 5 et 10 de vitesse initiale 380 m.s^{-1} , pour l'angle θ_0 optimisant la portée maximale. Les valeurs des coordonnées et des rayons sont en mètres.

Q23. Évaluer les portées maximales pour chaque calibre et comparer aux données du **document 1** (pages 2-3).

Problème 2 : Utilisation de supraconducteurs

Une onde électrique est soumise à de nombreux phénomènes dissipatifs lorsqu'elle transporte de l'énergie, ce qui engendre des pertes entre la centrale électrique et le lieu d'utilisation. De nombreux dispositifs sont mis en place pour limiter ces pertes mais elles existent toujours.

En 1911, Heike Kamerlingh Onnes, physicien néerlandais, et son équipe ont montré que la résistance électrique du mercure devient rigoureusement nulle en-dessous d'une certaine température, appelée température critique T_C . On parle alors de supraconducteur. Ces travaux lui valurent le prix Nobel de physique en 1913.

Ces derniers ont une température critique qui varie en fonction leurs propriétés. On donne dans la TABLE 1 quelques valeurs de températures critiques de certains matériaux supraconducteurs.

	Al	Hg	Pb	LaFeAs	YBa ₂ Cu ₃ O ₆
T_C (en K)	1	4,2	7,2	55	92

TABLE 1 – Températures critiques de quelques supraconducteurs.

Partie 1 : Effet Meissner

Lorsqu'un matériau supraconducteur est soumis à un champ magnétique uniforme, le supraconducteur expulse les lignes de champ magnétique. On parle d'effet Meissner.

I – Comparaison avec l'électromagnétisme classique

On se propose de réaliser une expérience mettant en évidence ce phénomène (FIGURE 1). On pose un aimant permanent sur un matériau supraconducteur. On fait alors baigner le supraconducteur dans du diazote liquide pour abaisser sa température en-dessous de sa température critique. Il devient alors supraconducteur et se met à rejeter les lignes de champ magnétique de l'aimant : le champ magnétique à l'intérieur du supraconducteur devient nul et l'aimant se met alors à léviter.

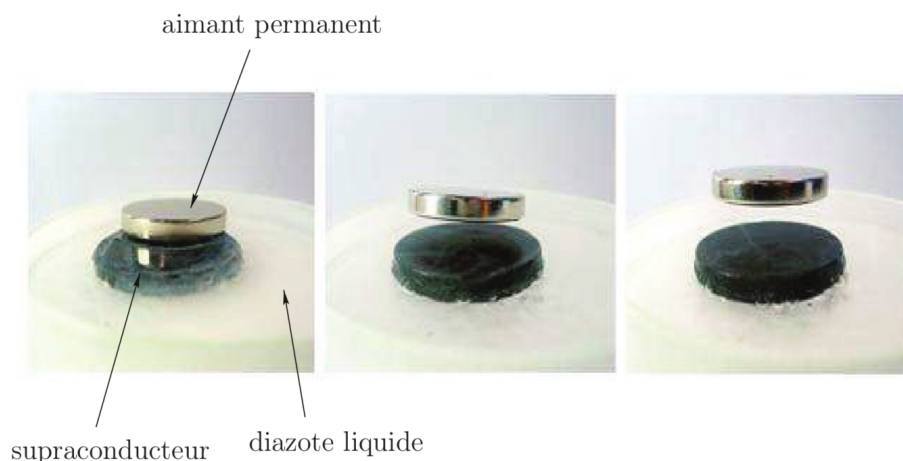


FIGURE 1 – Mise en évidence expérimentale de l'effet Meissner.

D'un point de vue microscopique, le supraconducteur crée des courants électriques qui s'opposent complètement à ce champ magnétique.

- Q.1** En l'absence de supraconduction et de basses températures, à quelle condition peut-on observer un phénomène d'induction ?
- Q.2** Au vu de l'expérience proposée, quelle est la différence fondamentale avec le phénomène d'induction évoqué à la question précédente ?

L'effet Meissner ne peut pas être décrit en utilisant la théorie électromagnétique classique. Cependant, d'un point de vue purement électrique, le supraconducteur présente une résistance électrique rigoureusement nulle et ressemble donc à un conducteur électrique parfait.

Dans les questions **Q.3** à **Q.5**, on s'intéresse à un conducteur électrique de conductivité γ soumis à un champ électrique $\vec{E}$.

Q.3 Rappeler la loi d'Ohm locale.

Q.4 Qu'appelle-t-on conducteur parfait ? Que peut-on en déduire sur le champ électrique en son sein ?

Q.5 À partir d'une des équations de Maxwell, en déduire que le champ magnétique $\vec{B}$ à l'intérieur du conducteur parfait est forcément un champ stationnaire.

On se propose de modéliser le supraconducteur par une boucle de courant circulaire de rayon R , parcourue par un courant d'intensité I . On veut estimer l'ordre de grandeur de l'intensité I nécessaire pour faire léviter l'aimant d'une hauteur h , estimée d'après la FIGURE 1.

Q.6 Donner l'expression du moment magnétique $\vec{\mu}$ de la boucle de courant.

En présence d'un champ magnétique $\vec{B}$, la boucle de courant va subir une force

$$\vec{F} = \overrightarrow{\text{grad}} (\vec{\mu} \cdot \vec{B})$$

L'aimant permanent possède un moment magnétique $\mathcal{M}_1 = 10 \text{ A} \cdot \text{m}^2$. On donne l'expression du champ magnétique créé par un moment magnétique $\vec{\mathcal{M}}$ à une distance $\vec{OM} = r\vec{e}_r$ de son centre :

$$\vec{B}(r) = \frac{\mu_0}{4\pi r^3} \left[3 (\vec{\mathcal{M}} \cdot \vec{e}_r) \vec{e}_r - \vec{\mathcal{M}} \right]$$

Q.7 Exprimer l'ordre de grandeur du champ magnétique créé par l'aimant ressenti au niveau du supraconducteur.

Q.8 Estimer par un raisonnement simple l'ordre de grandeur de l'intensité I nécessaire pour observer la lévitation à une hauteur h de l'aimant de la FIGURE 1. On prendra une masse de 40 g pour l'aimant permanent.

II – Champ magnétique dans le supraconducteur

Pour expulser le champ magnétique, ce dernier doit être rigoureusement nul dans le supraconducteur contrairement à un conducteur parfait où on a seulement un champ stationnaire, a priori non nul d'après Q.5.

Pour expliquer cette différence, les frères London (1935) ont postulé que les électrons dans un supraconducteur ne suivent pas les mêmes lois que ceux du conducteur parfait. Ils montrèrent que la densité volumique de courant $\vec{j}$ dans le supraconducteur s'écrit :

$$\overrightarrow{\text{rot}} \vec{j} = -\frac{1}{\mu_0 \lambda^2} \vec{B}$$

avec $\vec{B}$ le champ magnétique dans le supraconducteur, $\lambda = \sqrt{m/(\mu_0 n e^2)}$ une constante avec m la masse de l'électron, n la densité d'électrons supraconducteurs, e la charge de l'électron et μ_0 la perméabilité magnétique du vide.

Q.9 Montrer que λ est homogène à une longueur.

Q.10 Déterminer la valeur numérique de λ pour $n = 10^{29} \text{ m}^{-3}$.

Dans toute la suite de cette partie, on se place en **régime permanent**.

Q.11 Montrer que l'équation différentielle vérifiée par le champ magnétique $\vec{B}$ dans le supraconducteur s'écrit :

$$\Delta \vec{B} = \frac{1}{\lambda^2} \vec{B}$$

On s'intéresse maintenant à un supraconducteur d'épaisseur $2d$ selon la direction (Ox) et infini selon (Oy) et (Oz) . On choisit l'origine du repère orthonormé direct $(Oxyz)$ au milieu de la plaque. Le plan supérieur (respectivement inférieur) se situe en $x = d$ (respectivement $x = -d$). Cette plaque est plongée dans un champ magnétique qui, en l'absence de plaque, est statique et uniforme tel que $\vec{B}_{\text{ext}} = B_{\text{ext}} \vec{e}_z$. On supposera que le champ magnétique est continu au niveau de chaque interface $x = \pm d$. Le système est représenté FIGURE 2.

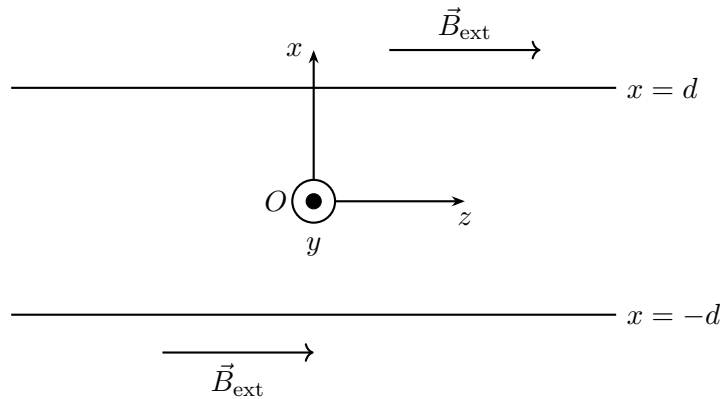


FIGURE 2 – Schéma du supraconducteur dans le champ magnétique.

Q.12 Montrer que le champ magnétique dans le supraconducteur est de la forme $\vec{B} = B(x) \vec{e}_z$.

Pour une équation différentielle du type $f'' - f = 0$, les solutions générales peuvent se mettre sous la forme $f(\xi) = A \text{ch}(\xi) + C \text{sh}(\xi)$ où ch et sh sont respectivement les cosinus et sinus hyperbolique rappelés en annexe.

Q.13 Résoudre l'équation différentielle de la question **Q.11** et établir que $B(x) = B_{\text{ext}} \frac{\text{ch}(\alpha)}{\text{ch}(\beta)}$ avec α et β des expressions à déterminer en fonction de x , d et λ .

Q.14 Citer un autre phénomène électromagnétique décrit par une équation formellement équivalente. En déduire la signification physique de λ .

Q.15 Tracer l'allure de $B(x)$ pour $d = \lambda$ et $d = 50\lambda$. En déduire à quelle condition sur d le champ magnétique moyen peut être considéré comme nul à l'intérieur du supraconducteur (effet Meissner).

Q.16 À partir de l'expérience FIGURE 1, vérifier si la condition précédente est bien vérifiée.

Q.17 Calculer l'expression littérale de la densité de courant volumique $\vec{j} = j(x) \vec{e}_y$.

Q.18 Tracer $j(x)$ pour $d = \lambda$ et $d = 50\lambda$. Pour $d = 50\lambda$, comment peut-on qualifier la densité de courant dans le supraconducteur ?

Q.19 Estimer l'intensité du courant dans le supraconducteur pour un champ magnétique extérieur de 5×10^{-3} T. Comparer cette valeur à celle de la question **Q.8**. Conclure.

Partie 2 : Refroidissement du supraconducteur

Pour arriver à de telles températures critiques, le supraconducteur doit être refroidi en utilisant des procédés sophistiqués. Pour les supraconducteurs haute-température, type cuprates, les températures critiques sont facilement atteignables en utilisant du diazote liquide. Dans cette partie, on étudie le processus de Linde-Hampson de liquéfaction du diazote.

Le principe de la machine est représenté en FIGURE 3.

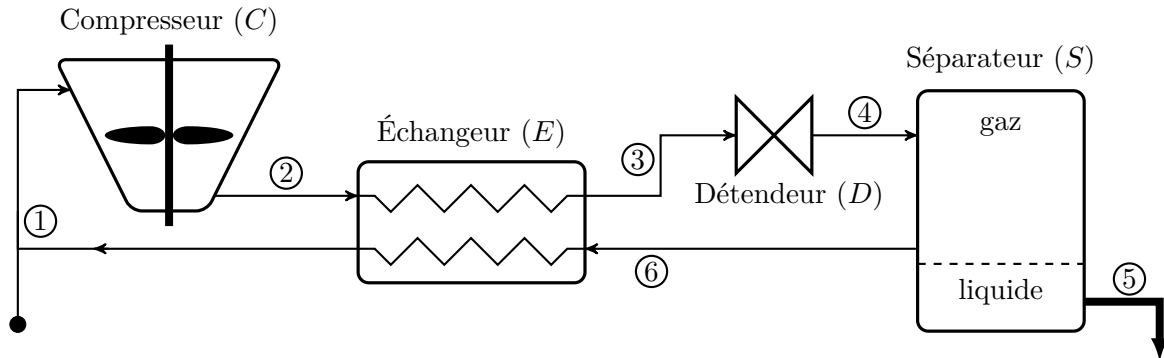


FIGURE 3 – Cycle de Linde-Hampson

- L'azote entre dans le compresseur C dans l'état 1 ($P_1 = 1,0$ bar et $T_1 = 290$ K) pour y subir une compression isotherme qui l'amène à l'état 2 ($P_2 = 100$ bar et $T_2 = T_1 = 290$ K)
- Il est alors refroidi à pression constante ($P_3 = P_2$) dans l'échangeur E jusqu'à T_3
- Il est ensuite détendu jusqu'à la pression atmosphérique ($P_4 = P_5 = P_6 = P_1 = 1,0$ bar) dans le détendeur D . L'azote sortant du détendeur D est un mélange de gaz et de liquide.
- Le liquide 5 est extrait au niveau du séparateur S , qui renvoie la vapeur sèche saturante (état 6) dans l'échangeur thermique E . C'est ce fluide froid 6 – 1 qui permet de refroidir le fluide chaud 2 – 3.
- Le diazote gazeux est ramené à l'état 1 à la sortie de l'échangeur E .

Le détendeur D , le séparateur S , l'échangeur E et tous les circuits de liaison sont supposés parfaitement calorifugés. Lors du passage dans le séparateur et l'échangeur thermique, les transformations sont considérées comme isobares.

I – Premier et deuxième principes dans un écoulement

Prenons un fluide qui s'écoule en passant d'un état thermodynamique 1 à un état thermodynamique 2. Ce dernier échange de l'énergie avec l'extérieur sous forme de travail et de transfert thermique. L'écoulement est considéré permanent dans toute la suite du problème.

Les principes appliqués à chaque organe s'écrivent :

$$\begin{cases} h_s - h_e = w_u + q \\ s_s - s_e = \frac{q}{T_{\text{ext}}} + s_c \quad \text{avec } s_c \leq 0 \end{cases}$$

Q.20 Quelle est la signification de chaque terme du système d'équations précédent ?

Q.21 Quelle hypothèse fondamentale permet d'établir ce système ?

II – Étude du cycle

Le diagramme enthalpique (P, h) du diazote est donné en annexe FIGURE ??, à rendre avec la copie.

Q.22 Placer les points 1, 2, 5 et 6 sur le diagramme (P, h) en annexe.

Q.23 Par lecture graphique, déterminer pour ces points leurs enthalpies et entropies massiques.

II.A Validité du modèle du gaz parfait

Q.24 Pour un gaz parfait, comparer les isothermes et les isenthalpes dans un diagramme (P, h) .

Q.25 En déduire à partir du diagramme fourni, dans quel domaine de pression on peut considérer le diazote comme un gaz parfait.

II.B Transformation $1 \rightarrow 2$ dans le compresseur

Q.26 Comment se simplifie le deuxième principe pour une transformation isotherme réversible ? En déduire l'expression du transfert thermique massique q_{12} . Faire l'application numérique.

Q.27 En déduire le travail massique w_{12} fourni par le compresseur au système.

II.C Transformations $3 \rightarrow 4$ dans le détendeur et $4 \rightarrow 6$ dans le séparateur

On rappelle que l'étape 5 ne fait pas partie du cycle.

Q.28 Déterminer la nature de la transformation $3 \rightarrow 4$.

On note y la fraction massique en **diazote liquide**. À partir du point 4, le diazote est séparé en deux : le liquide d'enthalpie massique h_5 est extrait et le gaz d'enthalpie massique h_6 est envoyé dans l'échangeur thermique.

Q.29 Déterminer l'expression de h_4 en fonction de y , de l'enthalpie massique du liquide h_5 et celle du gaz h_6 .

II.D Transformations $2 \rightarrow 3$ et $6 \rightarrow 1$ dans l'échangeur

On peut montrer en utilisant le premier principe que :

$$h_3 - h_2 + (1 - y)(h_1 - h_6) = 0$$

Q.30 En déduire l'expression de y en fonction des enthalpies massiques h_1 , h_2 et h_5 . Faire l'application numérique.

Q.31 Calculer numériquement le travail pour extraire 1 kg d'azote liquide.

Q.32 En utilisant la **Q.30**, placer le point 4 sur le diagramme (P, h) fourni. En déduire l'enthalpie massique h_4 et l'entropie massique s_4 .

Q.33 Placer alors le point 3 sur le diagramme (P, h) fourni. En déduire l'enthalpie massique h_3 et l'entropie massique s_3 .

Q.34 Calculer la différence entre les entropies à l'entrée et à la sortie du détendeur. En déduire l'entropie massique créée. Préciser l'origine de l'irréversibilité si elle existe.

Q.35 Sachant que le prix du kWh (kilowatt-heure) en France en février 2024 était de 0,25 euros, déterminer l'énergie nécessaire et le coût pour liquéfier un volume de 10 L de diazote.

Données

Constantes fondamentales

Masse d'un électron :	$m_e = 9,1 \times 10^{-31} \text{ kg}$
Permittivité diélectrique du vide :	$\varepsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \text{ F} \cdot \text{m}^{-1}$
Perméabilité magnétique du vide :	$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H} \cdot \text{m}^{-1}$
Célérité de la lumière dans le vide :	$c = 3 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$
Constante d'Avogadro :	$\mathcal{N}_A = 6,02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
Charge élémentaire :	$e = 1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$
Constante de Planck :	$h = 6,6 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$

Données physico-chimiques

Masse volumique du diazote :	$\rho_{\text{N}_2} = 8,1 \times 10^2 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$
Conductivité du cuivre :	$\sigma_{\text{Cu}} = 6,0 \times 10^7 \text{ S} \cdot \text{m}^{-1}$
Masse volumique du cuivre :	$\rho_{\text{Cu}} = 8,9 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$
Température de fusion du cuivre :	$T_{\text{fus}} = 1356 \text{ K}$
Capacité thermique massique du cuivre :	$c_{\text{Cu}} = 390 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$

Formulaire d'analyse

Cosinus hyperbolique :	$\text{ch}(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$
Sinus hyperbolique :	$\text{sh}(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$

Rotationnel en coordonnées cartésiennes :

$$\overrightarrow{\text{rot}} \vec{f} = \left(\frac{\partial f_z}{\partial y} - \frac{\partial f_y}{\partial z} \right) \vec{e}_x + \left(\frac{\partial f_x}{\partial z} - \frac{\partial f_z}{\partial x} \right) \vec{e}_y + \left(\frac{\partial f_y}{\partial x} - \frac{\partial f_x}{\partial y} \right) \vec{e}_z$$

• • • FIN • • •

Nom :

Annexe du DS (À détacher et à rendre avec la copie)

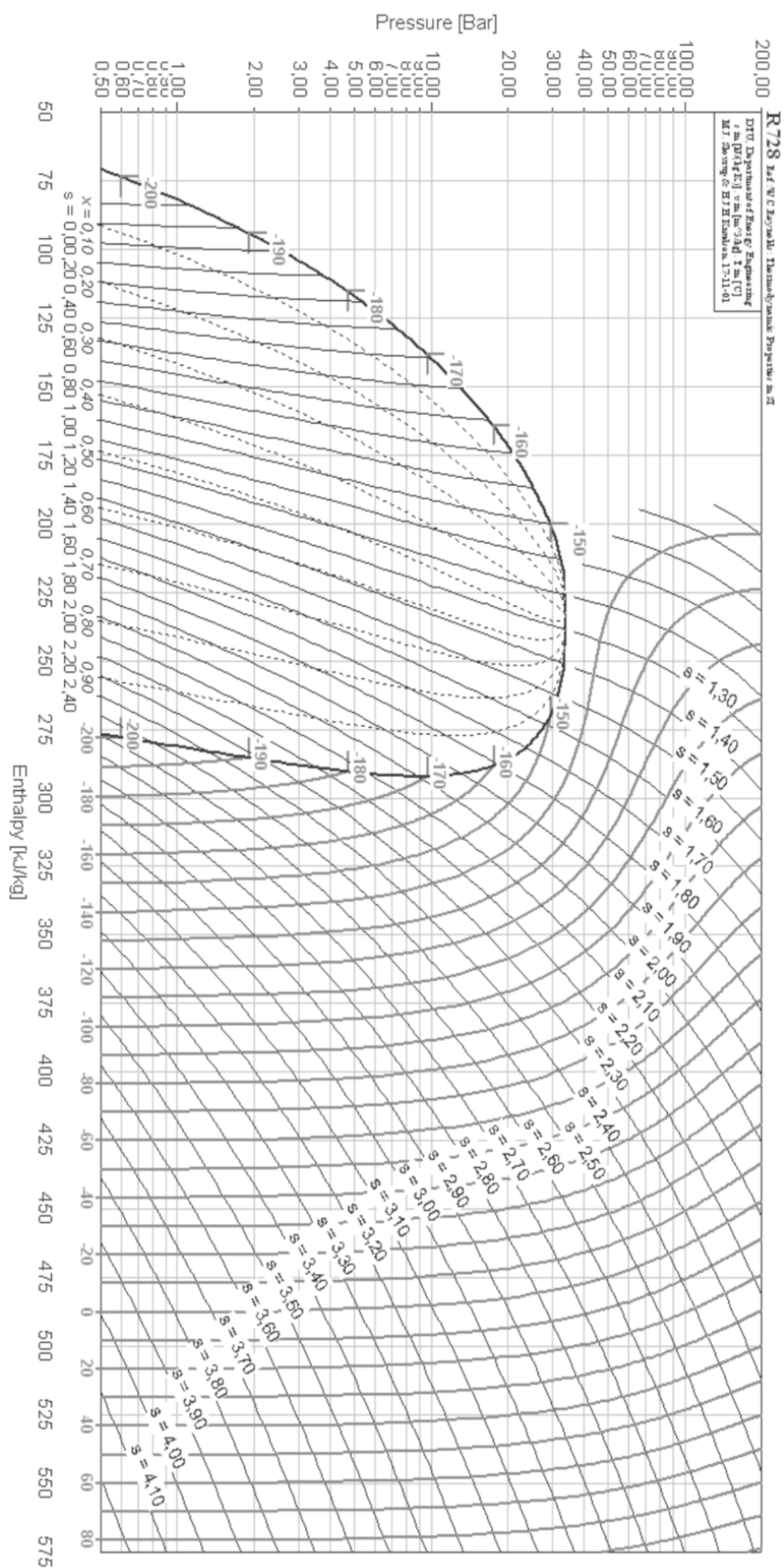


FIGURE A – Diagramme enthalpique du diazote. Les entropies massiques s sont en $\text{kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$, les volumes massiques en $\text{m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$ et les températures en degrés Celsius.