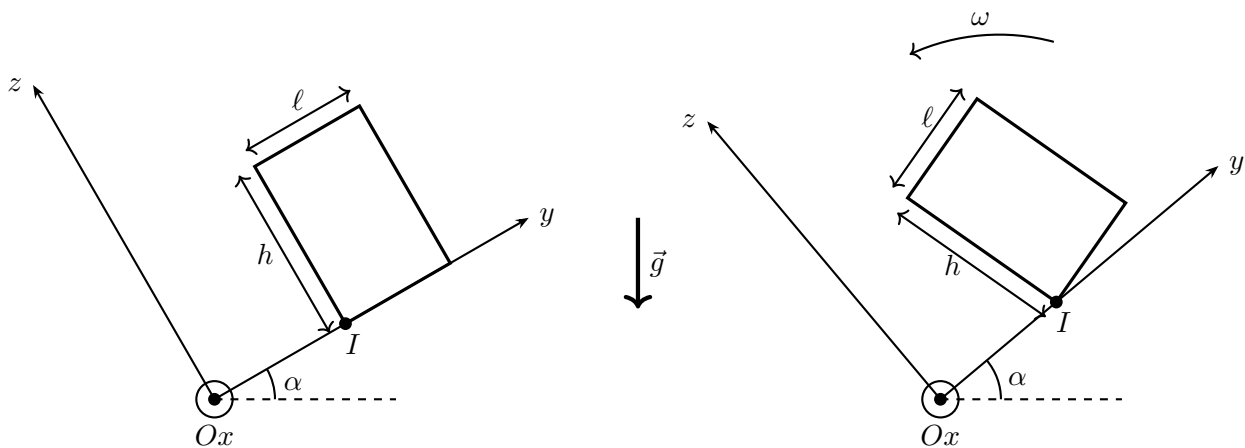


## DM 10 Mécanique

### Exercice 1 : Glissement ou basculement d'un bloc

Un bloc de masse  $m$ , de longueur  $\ell$  (égale à sa largeur) et de hauteur  $h$  repose sur un plan initialement horizontal. On note  $f_s$  le coefficient de frottement statique entre le bloc et le plan, la nature du contact se caractérisant par  $f_s \in [0, 1]$ .

Un opérateur augmente progressivement la valeur de l'angle  $\alpha$  que fait le plan avec l'horizontale. On modélise le basculement éventuel du bloc par un pivotement sans glissement autour de la génératrice de contact  $(Ix)$  passant par  $I$ . On note alors  $J$  le moment d'inertie du bloc par rapport à cet axe et  $\vec{\omega} = \omega \vec{e}_x$  son vecteur rotation instantané autour de cet axe, où sa vitesse angulaire est telle que  $\omega > 0$ .



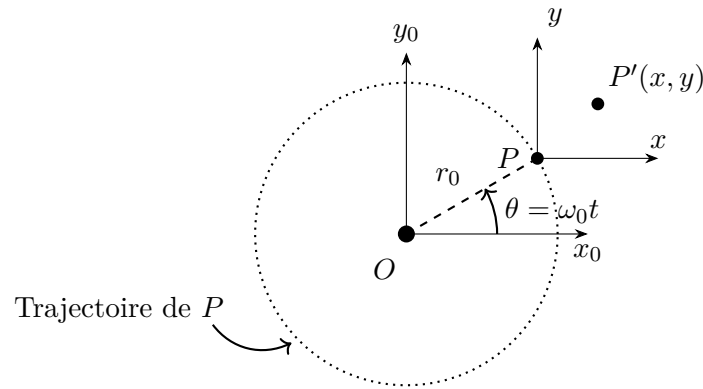
- Q.1** On ignore pour l'instant la possibilité de basculement du bloc. À quelle condition sur  $\alpha$  y a-t-il glissement ?
- Q.2** Le bloc est maintenant susceptible de basculer. Déterminer une condition entre  $\alpha$ ,  $h$  et  $\ell$  pour que le bloc bascule effectivement, sans glisser.
- Q.3** En déduire la condition sur les dimensions du bloc telle que celui-ci glisse sans avoir préalablement basculé quelle que soit la surface sur laquelle il est posé.  
*Application numérique* : quelle est la longueur minimale d'un bloc d'un mètre de haut si  $f_s = 0,5$  pour qu'il glisse sans avoir préalablement basculé ?

### Exercice 2 : Force de marée

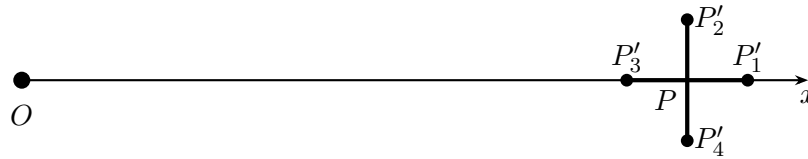
Un point  $P$  de masse  $m$  décrit une orbite circulaire autour d'un point  $O$  de masse  $M$ , sous l'action de son attraction gravitationnelle. On suppose le point  $O$  fixe à l'origine d'un référentiel galiléen  $\mathcal{R}_0$  et on note  $\omega_0$  la vitesse angulaire de rotation de  $P$  autour de  $O$ .

- Q.1** Exprimer  $\omega_0$  en fonction de  $\mathcal{G}$  (constante de gravitation universelle), de  $M$  et du rayon  $r_0$  de l'orbite.

On introduit un référentiel  $\mathcal{R}$  d'origine  $P$  dont les axes restent parallèles à ceux de  $\mathcal{R}_0$  : le référentiel  $\mathcal{R}$  est donc en mouvement de translation circulaire dans  $\mathcal{R}_0$ . On considère un point  $P'$  de masse  $m'$  en mouvement dans  $\mathcal{R}$ , comme indiqué sur la figure ci-dessous.



- Q.2** Exprimer l'accélération d'entraînement de  $P'$  dans  $\mathcal{R}_0$ , notée  $\vec{a}_e$  en fonction de  $\omega_0$  et  $\vec{OP}$ .
- Q.3** Écrire l'équation du mouvement de  $P'$  dans  $\mathcal{R}$ . Montrer que, dans ce référentiel, la force agissant sur  $P'$  se compose de deux termes : l'un, proportionnel à  $m$  et traduisant l'attraction de  $P$  sur  $P'$ , l'autre que l'on écrira sous la forme  $m'\vec{\gamma}(P')$  avec  $\vec{\gamma}(P')$  un champ proportionnel à la masse  $M$ . On rappelle que la force d'inertie d'entraînement que subit le point  $P'$  s'écrit  $\vec{F}_e = -m'\vec{a}_e$ .
- Q.4** Donner une expression approchée des composantes de  $\vec{\gamma}(P')$  pour  $|x| \ll r_0$  et  $|y| \ll r_0$ . On prendra  $\theta = 0$  pour alléger les calculs.
- Q.5** Donner, toujours pour  $\theta = 0$ , la direction de  $\vec{\gamma}(P')$  pour les différentes positions  $P'_1, P'_2, P'_3$  et  $P'_4$  indiquées sur la figure ci-dessous. Donner une interprétation du champ  $\vec{\gamma}(P')$ .



- Q.6** Calculer l'ordre de grandeur du champ  $\vec{\gamma}$  créé à la surface de la Terre par le soleil et le comparer au champ de pesanteur  $g$ .

La masse  $m$  précédente est en fait un satellite sphérique homogène de rayon  $R$  en mouvement autour d'un centre attractif fixe de masse  $M$  sur une orbite circulaire de rayon  $r_0$ . La cohésion de ce satellite est due à son propre champ gravitationnel uniquement.

- Q.7** Montrer que l'existence de ce satellite n'est possible que si  $r_0$  est supérieur à une valeur limite  $r_{min}$  à exprimer en fonction de  $R, M$  et  $m$ . Faire l'application numérique si ce satellite est la Terre autour du soleil et commenter.

**Données :** Pour les applications numériques, on prendra la masse du soleil  $M_S = 2 \times 10^{30}$  kg, le rayon de la Terre  $R_T = 6400$  km, la masse de la Terre  $M_T = 6 \times 10^{24}$  kg et la distance Terre–Soleil  $d = 1,5 \times 10^8$  km.