

PROGRAMME DE COLLE 21

TROIS EN UN

1. Pour les étudiants : RÉDUCTION DES ENDOMORPHISMES ET DES MATRICES :

RÉVISION DE TOUT LE PROGRAMME DE COLLE 11

2. Cours et exercices : SYSTÈMES DIFFÉRENTIELS LINÉAIRES

Équations différentielles scalaires d'ordre 1 : ■ formules générales pour une équation régulière (ou résolue). Problème de raccord.

Définitions d'une équation différentielle : $x'(t) = a(t) \cdot x(t) + b(t)$ où $a(t)$ est un endomorphisme de E un EV de dimension finie et $b(t)$ un vecteur de E .

Notation matricielle.

■ Théorème de Cauchy-Lipschitz avec sa démonstration dans les grandes lignes (longue mais sans grosse difficulté, pour les meilleurs)

■ Structures des ensembles des solutions de l'équation homogène, de l'équation complète.

Recherche d'une solution particulière de l'équation avec second membre à partir d'une base de solution de l'équation homogène par la méthode de variation DES constantes.

■ Équation à coefficients constants : forme générale des solutions à l'aide de **l'exponentielle de matrice** (ou d'endomorphisme).

Propriétés fondamentales de **l'exponentielle d'endomorphisme, de matrice** :

■ • $\exp : \mathcal{L}(E) \longrightarrow \mathcal{L}(E)$ est continue sur $\mathcal{L}(E)$ (E un $\mathbb{K}$ -ev de dimension finie).

■ • $\Phi : t \longmapsto e^{tu}$ est C^∞ de $\mathbb{R}$ dans $\mathcal{L}(E)$ et $\Phi'(t) = u \circ e^{tu} = e^{tu} \circ u$.

■ • Si u et v **commutent**, alors $e^u \circ e^v = e^{u+v}$.

Cas fondamental : $X' = AX$ avec A diagonalisable. Lorsque A n'est pas diagonalisable alors on trigonalise ou à l'aide des équations différentielles d'ordre 2 ("bricolage").

Remarque : les systèmes fondamentaux et le wronskien d'un système différentiel ne sont plus au programme.

3. Cours : ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELS LINÉAIRES SCALAIRES

Équations différentielles scalaires d'ordre 2 :

Définitions, formules générales pour une équation régulière (ou résolue). Structure, wronskien d'un couple de solution de l'équation homogène. Caractérisation des base de l'ensemble des solutions de l'équation homogène. Méthode de Lagrange (variation de la constante) pour trouver une "autre" solution de l'équation homogène lorsque l'on en connaît déjà une ne s'annulant pas.

■ Méthode de variation DES 2 constantes.

Équations différentielles d'ordre 2 à coefficients constants.

Problème de raccord.

■ **Équations différentielles scalaires d'ordre n.**

Prévisions : Équations différentielles : fin. Groupes - arithmétique .