

Remarque :

Le cours étant le point le plus important, la colle commencera systématiquement par une question de cours.

Les démonstrations à savoir par tous sont repérées par un point rouge ■ Pour celles et ceux qui envisage de passer les concours Centrale - Mines - X ... doivent travailler toutes les démonstrations

Merci

I. $\mathbb{N} - \mathbb{Z} - \mathbb{Q} - \mathbb{R} - \mathbb{C}$:

Récurrence - division euclidienne dans $\mathbb{N}$.

Partie entière d'un réel.

■ Définition et caractérisation de la borne supérieure (et inférieure).

Densité de A dans $\mathbb{R}$.

Trigonométrie : tout et entre autre résolution de l'équation $a \cos x + b \sin x = c$

Écritures d'un complexe : $z, \rho e^{i\theta}, a + ib$.

■ Passage de l'un à l'autre avec l'une des fonctions Arccos, Arcsin (et Arctan) **et sa démonstration**.

Formules d'Euler généralisées : $e^{i\alpha} + e^{i\beta} = e^{i\frac{\alpha+\beta}{2}} 2 \cos \frac{\alpha-\beta}{2} \dots$

Interprétation géométrique des complexes, construction du polygone à n côtés (avec $n \leq 6$)

■ Racine n -ième de l'unité, équation $z^n = a$, racine carré.

Similitudes directes

Définition de l'exponentielle complexe, $\sin, \cos, \operatorname{ch}, \operatorname{sh}$: $e^z = e^a e^{ib}$ avec $z = a + ib \dots$

Propriétés principales

II. POLYNÔMES-ANNEAUX-ARITHMÉTIQUE DES POLYNÔMES : début

POLYNÔMES

: Polynômes de $\mathbb{K}[X]$ avec $\mathbb{K}$ un sous corps de $\mathbb{C}$.

Opérations algébrique, degré, dérivation, formule de Leibniz, de Taylor.

Théorème fondamental :

■ Si P est un polynôme de degré au plus n ayant au moins $n + 1$ racines alors P est nul (et donc ses coefficients sont tous nuls). Corollaire : Si P est un polynôme ayant une infinité de racines alors P est nul.

Ordre de multiplicité d'une racine - lien avec les dérivées successives.

de $\mathbb{R}[X]$ et de $\mathbb{C}[X]$.

Relation coefficients-racines.

ANNEAUX-ARITHMÉTIQUE DES POLYNÔMES

Anneaux - sous anneaux - morphismes d'anneaux - groupe des éléments inversibles.

Idéaux d'un anneau.

Divisibilité dans un anneau commutatif et intègre.

ARITHMÉTIQUE DES POLYNÔMES :

■ **Théorème fondamental de structure des idéaux de $\mathbb{K}[X]$** :

Idéaux de $\mathbb{K}[X]$: ils sont tous de la forme $P_0 \mathbb{K}[X]$ avec P_0 unique et normalisé

Prévisions : Polynômes : fin (pgcd,ppcm,Lagrange) -dénombrement