

Remarque :

Le cours étant le point le plus important, la colle commencera systématiquement par une question de cours.
 Les démonstrations à savoir par tous sont repérées par un point rouge • Pour celles et ceux qui envisage de passer les concours Centrale - Mines - X ... doivent travailler toutes les démonstrations

Merci

I. $\mathbb{N} - \mathbb{Z} - \mathbb{Q} - \mathbb{R} - \mathbb{C}$

Récurrence - division euclidienne dans $\mathbb{N}$.

Partie entière d'un réel.

• Définition et caractérisation de la borne supérieure (et inférieure).

Densité de A dans $\mathbb{R}$.

Trigonométrie : tout et entre autre résolution de l'équation $a \cos x + b \sin x = c$

Écritures d'un complexe : $z, \rho e^{i\theta}, a + ib$.

• Passage de l'un à l'autre avec l'une des fonctions Arccos, Arcsin (et Arctan) et sa démonstration.

Formules d'Euler généralisées : $e^{i\alpha} + e^{i\beta} = e^{i\frac{\alpha+\beta}{2}} 2 \cos \frac{\alpha-\beta}{2} \dots$

Interprétation géométrique des complexes, construction du polygone à n côtés (avec $n \leq 6$)

• Racine n -ième de l'unité, équation $z^n = a$, racine carré.

Similitudes directes

Définition de l'exponentielle complexe, $\sin, \cos, \operatorname{ch}, \operatorname{sh}$: $e^z = e^a e^{ib}$ avec $z = a + ib \dots$

Propriétés principales

II. POLYNÔMES-ANNEAUX-ARITHMÉTIQUE DES POLYNÔMES : début

POLYNÔMES

: Polynômes de $\mathbb{K}[X]$ avec $\mathbb{K}$ un sous corps de $\mathbb{C}$.

Opérations algébrique, degré, dérivation, formule de Leibniz, de Taylor.

Théorème fondamental :

• Si P est un polynôme de degré au plus n ayant au moins $n + 1$ racines alors P est nul (et donc ses coefficients sont tous nuls). Corollaire : Si P est un polynôme ayant une infinité de racines alors P est nul.

Ordre de multiplicité d'une racine - lien avec les dérivées successives.

• Factorisation dans $\mathbb{R}[X]$ et dans $\mathbb{C}[X]$, polynômes irréductibles de $\mathbb{R}[X]$ et de $\mathbb{C}[X]$.

Relation coefficients-racines.

ANNEAUX-ARITHMÉTIQUE DES POLYNÔMES

Anneaux - sous anneaux - morphismes d'anneaux - groupe des éléments inversibles.

Idéaux d'un anneau.

Divisibilité dans un anneau commutatif et intègre.

ARITHMÉTIQUE DES POLYNÔMES :

• Théorème fondamental de structure des idéaux de $\mathbb{K}[X]$:

Idéaux de $\mathbb{K}[X]$: ils sont tous de la forme $P_0 \mathbb{K}[X]$ avec P_0 unique et normalisé

III. Relations binaires

Relations d'équivalence - classes d'équivalence - partitions (version ensembliste et version familiale).

Relations d'ordre : totale/partielle. Notion de majorant-minorant-plus grand élément-plus petit élément - borne sup/inf. (attention les éléments maximaux n'ont pas été traités en classe).

Relations d'ordre fondamentales :

- $\leq$ sur $\mathbb{R}$
- l'inclusion sur $\mathcal{P}(X)$
- la divisibilité dans $\mathbb{N}^*$ et
- $\leq$ sur $\mathcal{F}(I, \mathbb{R})$

Prévisions : Polynômes : fin (pgcd,ppcm,Lagrange) -dénombrement