

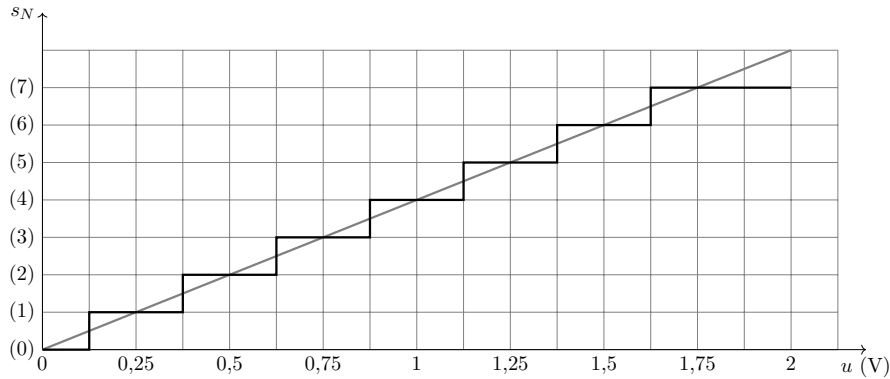


FIGURE 3

Exercice 2 : Loi de Curie

Q.1 Expliquer qualitativement ce qu'on entend par basse et haute température pour une particule à deux niveaux d'énergie $\pm\varepsilon$. On prendra comme critère $x \ll y \iff x \leq y/10$.

On considère $N \gg 1$ atomes d'argent, tous dans leur état fondamental dont on prendra l'énergie égale à 0 ($E_0 = 0$). Ces atomes possèdent un moment magnétique permanent $\vec{m}$ dont la composante m_z sur Oz ne peut prendre que deux valeurs : $\pm m$. Placés dans un champ magnétique $\vec{B} = B\vec{u}_z$, il acquièrent une énergie magnétique dont l'expression est : $\varepsilon = -\vec{m} \cdot \vec{B}$.

Pour les applications numériques, on prendra $m = 1,0 \times 10^{-23} \text{ A} \cdot \text{m}^2$ et $B = 1 \text{ T}$.

Q.2 Déterminer deux températures caractéristiques T_b et T_h telles que :

- Si $T \leq T_b$ on est dans l'approximation basse température
- Si $T \geq T_h$ on est dans l'approximation haute température.

Donner les valeurs numériques de T_b et T_h . Commentaire.

On définit le moment magnétique $\vec{M}$ d'une assemblée de N atomes comme la somme des moments magnétiques individuels $\vec{m}_i$ des différents atomes qui la constitue.

Q.3 Calculer la valeur moyenne $\overline{M_z}$ de $\vec{M}$ pour une température T .

Q.4 Approximer cette valeur aux hautes températures, commenter. Même question pour des forts champs magnétiques.

Selon la loi de Curie, établie expérimentalement, $\overline{M_z}$ est de la forme :

$$\overline{M_z} = \frac{\alpha}{T} B$$

où α est une constante et B la composante du champ magnétique sur Oz .

Q.5 Compte-tenu des questions précédentes, montrer que l'on retrouve la loi de Curie et déterminer la constante α .

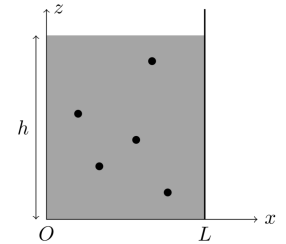
Pour certaines substances ferromagnétiques, le champ magnétique engendré par les atomes prend des valeurs notables et ne peut plus être négligé par rapport au champ extérieur $\vec{B}$. L'expression du moment magnétique moyen $\overline{M_z}$ est la même que précédemment à condition de remplacer B par $B + \lambda \overline{M_z}$ où λ est une constante.

Q.6 Grâce à une interprétation graphique, montrer que le moment magnétique moyen est non nul même en absence de champ magnétique, dans une certaine gamme de température.

Q.7 Un aimant est un corps ferromagnétique. Que se passe-t-il quand on chauffe un aimant ?

Exercice 3 : Expérience de Jean Perrin (facultatif)

Au début du XX^e siècle, Jean Perrin a mesuré le nombre d'Avogadro en introduisant des sphérules (toutes petites sphères) de caoutchouc végétal dans une cuve remplie d'eau maintenue à une température constante T . La cuve est un parallélépipède de base carrée (longueur L selon Ox et Oy) et de hauteur h selon Oz . On note N le nombre total de sphérules introduites.



Q.1 Chaque sphérule est soumise à son poids et à la poussée d'Archimède qu'elle subit de la part de l'eau.

- Exprimer l'énergie potentielle totale d'une sphérule $\varepsilon_p(z)$ en fonction de son altitude z au dessus du fond de la cuve et la mettre sous la forme $\varepsilon_p(z) = m^*gz$ en précisant l'expression de m^* .
- Application numérique : calculer $\varepsilon_p(h)$, énergie potentielle au sommet de la cuve.

Q.2 On suppose que les sphérules obéissent à la statistique classique de Boltzmann. Calculer la fonction de partition d'une particule. Compte-tenu de la valeur numérique obtenue à la question précédente, simplifier l'expression obtenue.

Q.3 Calculer la probabilité $\delta p(z)$ pour qu'une sphérule soit située dans une tranche de la cuve délimitée par les altitudes z et $z+dz$, quelle que soit sa vitesse. En déduire le nombre moyen $\delta N(z)$ de sphérules situées entre z et $z+dz$, en fonction de R , T , r , ρ , ρ_{eau} , g , z et dz .

Q.4 Jean Perrin a divisé la cuve en tranches de très petite épaisseur e , situées à différentes altitudes z_i qu'il a observé au microscope en prenant des photos de chaque tranche. Il a pu en déduire le nombre moyen N_i de sphérules dans chaque tranche. Ses résultats sont donnés dans le tableau ci-dessous :

z_i (μm)	5	35	65	95
N_i	100	47	23	12

Déduire de ces mesures une valeur de la constante de Boltzmann, puis du nombre d'Avogadro.

Données : rayon d'une sphérule $r = 0,212 \mu\text{m}$; masse volumique des sphérules $\rho = 1,1942 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$; masse volumique de l'eau $\rho_{eau} = 1,003 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$; $T = 293 \text{ K}$; $h = 100 \mu\text{m}$.

On donne la statistique classique de Boltzmann qui indique que la probabilité de trouver une particule assimilée à un point matériel de masse m dans un élément de volume élémentaire $dV = dx dy dz dv_x dv_y dv_z$ de l'espace des phases centré sur le point $P(x, y, z, v_x, v_y, v_z)$ est donnée par :

$$\delta p = C \exp\left(-\frac{m(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)}{2k_B T}\right) \exp\left(-\frac{\varepsilon_p(x, y, z)}{k_B T}\right) dV$$

où ε_p est l'énergie potentielle de la particule et C la constante de normalisation.

Formulaire : pour $\alpha > 0$, on a

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\alpha u^2} du = \sqrt{\frac{\pi}{\alpha}} \quad \text{et} \quad \int_0^{\infty} u^3 e^{-\alpha u^2} du = \frac{1}{2\alpha^2}$$