

## 1. UN EXERCICE SUR LE DÉNOMBREMENT :

2. COURS & EXERCICES SUR LES SUITES DE  $\mathbb{R}$  et  $\mathbb{C}$  :Suites de  $\mathbb{R}$  et  $\mathbb{C}$ 

\* Convergence-Divergence-Divergence vers  $\pm\infty$ .

\* Théorèmes Généraux : somme-produit-quotient de suites convergentes, valeur absolue.....

$f$  converge vers  $\ell$  en  $a$  **SSI** toute suite  $(u_n)$  qui converge vers  $a$  vérifie  $(f(u_n))$  converge vers  $\ell$  (valable avec  $\ell \in \overline{\mathbb{R}}$ ).

\* Sommes de Riemann (admis).

\* Suites de  $\mathbb{Z}$ .

\* Densité et suites de  $\mathbb{Q}$ .

■ \* Théorème de Cesàro : (HPTS mais à savoir démontrer)

Si  $(u_n)$  converge vers  $\ell \in \overline{\mathbb{R}}$  alors  $(v_n)$  définie par  $v_n = \frac{u_1 + \dots + u_n}{n}$  converge aussi vers  $\ell$ .

■ \* Théorème de la limite monotone.

\* Suite adjacentes. Segments emboîtés.

\* Théorème d'encadrement.

\* Définition des **valeurs d'adhérence** d'une suite, **Caractérisations** :

i)  $\forall \varepsilon > 0 : \{n \in \mathbb{N} \text{ tel que } |u_n - \lambda| \leq \varepsilon\}$  est infini.

ii)  $\forall \varepsilon > 0, \forall N \in \mathbb{N}, \exists \geq N$  tel que  $|u_n - \lambda| \leq \varepsilon$

\* **Théorème** : Si  $(u_n)$  converge vers  $\ell$  alors toute suite extraite converge aussi vers  $\ell$ .

■ \* **Théorème de Bolzano-Weierstrass** (l'une des démonstrations au choix de l'étudiant doit être parfaitement sue)

\* **Critères séquentiels** :

■ Si  $f : I \rightarrow \mathbb{R}$ , si  $a \in \overline{\mathbb{R}}$  (aux bords de  $I$ ,  $I$  étant un intervalle), si  $\ell \in \overline{\mathbb{R}}$  et si  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \ell$ , alors pour toutes suites  $(u_n)$  de  $I$  telle que  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = a$  alors  $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(u_n) = \ell$ , **ainsi que la réciproque**. Les étudiants doivent être capable de faire les 9 cas selon  $a$  et  $\ell$  réel ou  $\pm\infty$ .

\* Comparaisons des suites :  $O$  ;  $o$  (ou  $<<$ ) ;  $\sim$

\* Croissances comparées (+les démonstrations) :

$(\ln n)^a = o(n^b)$ ,  $n^b = o(q^n)$ ,  $q^n = o(n!)$  avec  $a, b > 0$  et  $q > 1$

$\frac{1}{n!} = o(\frac{1}{q^n})$ ,  $\frac{1}{q^n} = o(\frac{1}{n^b})$ ,  $\frac{1}{n^b} = o(\frac{1}{(\ln n)^a})$ , , avec  $a, b > 0$  et  $0 < q < 1$

\* Formule de Stirling (admise provisoirement)

\* **Suites récurrentes** : Bien insister sur la stabilité d'un intervalle (pour la bornitude, la monotonie...). Limites possibles. Tracé sur le graphe de  $f$  des valeurs de la suite (escalier ou escargot).

\* **Suites complexes** : Intervention de la partie réelle, imaginaire, du module et de l'argument. Repasse du chapitre (tout ce qui ne contient pas conte de l'ordre reste valable) :

- TG

- valeur d'adhérence

- ■ **BW (Bien savoir le démontrer)**

-  $O, o, \sim \dots$

\* ■ Suites récurrentes linéaires d'ordre 2 :  $u_{n+2} = au_{n+1} + bu_n$ .

(avec la démonstration : base "canonique" des suites vérifiant  $u_{n+2} = au_{n+1} + bu_n$  et  $\mathbb{C}^2$ ).

**Prévisions** : Fonctions de la variable réelle et DL.