

## DS n°3 (4 heures)

### *Thermodynamique*

La calculatrice est autorisée

La plus grande importance sera apportée au soin de la copie ainsi qu'à la clarté des raisonnements. Toute réponse, même qualitative, se doit d'être justifiée. Les affirmations, même justes, mais non justifiées ne seront pas prises en compte. Les résultats doivent être **encadrés**.

En cas de non respect de ces consignes, un malus sera attribué à la copie comme indiqué dans les tableaux suivants qui stipulent les critères et les effets sur la note le cas échéant :

| Critère                                    | Indicateur                                                                                                                                                             |
|--------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Lisibilité de l'écriture                   | L'écriture ne ralentit pas la lecture.                                                                                                                                 |
| Respect de la langue                       | La copie ne comporte pas de fautes d'orthographe ni de grammaire.                                                                                                      |
| Clarté de l'expression                     | La pensée du candidat est compréhensible à la première lecture.                                                                                                        |
| Propreté de la copie                       | La copie comporte peu de ratures, réalisées avec soin et les parties qui ne doivent pas être prises en compte par le correcteur sont clairement et proprement barrées. |
| Identification des questions et pagination | Les différentes parties du sujet sont bien identifiées et les réponses sont numérotées avec le numéro de la question. La pagination est correctement effectuée.        |
| Mise en évidence des résultats             | Les résultats littéraux et numériques sont clairement mis en évidence.                                                                                                 |

| Nombre de critères non respectés | Palier de Malus | Effet sur la note |
|----------------------------------|-----------------|-------------------|
| 0                                | 0               | aucun             |
| 1–2                              | 1               | –3.3%             |
| 3–4                              | 2               | –6.7%             |
| 5–6                              | 3               | –10%              |

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

L'essentiel des données et formules utiles se trouve dans un formulaire en fin d'énoncé.

Certaines questions, repérées par une barre en marge, ne sont pas ou peu guidées. Elles demandent de l'initiative de la part du candidat. Il est alors demandé d'explicitier clairement la démarche, les choix et de les illustrer, le cas échéant, par un schéma. Le barème valorise la prise d'initiative et tient compte du temps nécessaire à la résolution de ces questions.

## Exercice 1 : S'il vous plaît... Dessine-moi un mouton !

Le sujet s'intéresse à un mammifère très particulier, le mouton, un des tous premiers domestiqués par l'homme, entre le 11<sup>e</sup> et le 9<sup>e</sup> siècle avant J.-C. en Mésopotamie. C'est un animal clé dans l'histoire de l'agriculture. On appelle bélier le mâle adulte, brebis la femelle adulte, agneau le jeune mâle et agnelle la jeune femelle.

Comme tous les ruminants, leur système digestif complexe leur permet de transformer la cellulose de leur alimentation en acides gras volatils et en glucides simples. À la belle saison, ils se nourrissent dans les pâturages d'herbe broutée au ras du sol et on leur donne du foin en hiver.

### Pour le bien-être de l'animal et de l'éleveur

*D'après vigifermes.org, consulté en 2018.*

#### Exposition à de basses températures

Les moutons sont naturellement adaptés pour supporter de très basses températures mais leur résistance au froid dépend de plusieurs facteurs : la race, l'âge, l'état du pelage... Un mouton qui a une épaisse toison et qui est protégé de l'humidité pourra supporter des températures qui descendent en dessous de  $-15^{\circ}\text{C}$ , mais un mouton tondus doit être protégé du froid. Lorsque le temps est humide, que les températures sont basses et qu'il y a du vent, la situation est critique pour les moutons. Le plus important est qu'ils ne soient pas mouillés jusqu'à la peau. La laine de certaines races, lorsqu'elle est épaisse, peut repousser l'humidité plusieurs jours. C'est le cas des races de montagne mais pour d'autres, à la laine très fine, le pelage est moins protecteur. Les moutons qui ont froid se serrent alors les uns contre les autres.

Les agneaux nouveau-nés sont très sensibles aux basses températures, au vent et à l'humidité. Leur fine couche de laine et de graisse ne les protège que très peu. Les brebis prêtes à mettre bas doivent être isolées en bergerie et y rester au moins deux semaines après la naissance. Le taux de mortalité des agneaux qui viennent de naître atteint plus de 25% dans certains élevages. Ils succombent le plus souvent dans les heures qui suivent leur naissance par hypothermie plutôt que par maladie.

#### Exposition à de hautes températures

Les moutons supportent mieux le froid que les températures élevées. Ils peuvent mourir d'un coup de chaleur. Ce risque est beaucoup plus élevé chez les moutons qui ne sont pas tondus, car la laine empêche la sueur de s'évaporer. C'est une des raisons pour laquelle il faut tondre les moutons au printemps.

|                        | Confort sans adaptation ou adaptation facile   | Adaptation difficile                                                                                 | Adaptation très difficile                                                                             | Adaptation impossible                                                    |
|------------------------|------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------|
| Température extérieure | de $-8^{\circ}\text{C}$ à $25^{\circ}\text{C}$ | de $25^{\circ}\text{C}$ à $35^{\circ}\text{C}$<br>et de $-15^{\circ}\text{C}$ à $-8^{\circ}\text{C}$ | de $35^{\circ}\text{C}$ à $40^{\circ}\text{C}$<br>et de $-30^{\circ}\text{C}$ à $-15^{\circ}\text{C}$ | en dessous de $-30^{\circ}\text{C}$ et au dessus de $40^{\circ}\text{C}$ |

TABLE 1 – Condition d'élevage, cas des brebis non tondues.

La température d'un mouton en bonne santé se situe entre  $38,5^{\circ}\text{C}$  et  $39,5^{\circ}\text{C}$ . Sa longueur moyenne va de 1 m à 1,50 m. La tonte a lieu 1 à 2 fois par an produisant 2 à 8 kg de laine par an.

Nous allons essayer de construire un modèle thermodynamique pour expliquer comment la brebis maintient sa température de consigne  $\Theta_{eq} = 39^{\circ}\text{C}$  et mieux comprendre les éléments du document ci-dessus.

### I – Propriétés de la toison de laine

La laine, matière première renouvelable, est une fibre aux propriétés uniques : flexible, légère, élastique, solide protégeant du chaud comme du froid, difficilement inflammable (s'enflamme à  $600^{\circ}\text{C}$ ), isolant phonique, absorbeur d'humidité, facile à teindre et 100% biodégradable. La fibre de laine est à croissance continue avec de grandes écailles qui en font le tour. Les écailles se recouvrent peu et sont très saillantes. La section est

circulaire. Sa substance est de la kératine, matière complexe association d'une vingtaine d'acides aminés. La laine a des affinités différentes avec l'eau qui font que la fibre s'enroule en frises. Ces dernières enferment une grande quantité d'air, ce qui limite la conduction. De plus, la kératine est hydrophile pour la vapeur d'eau mais hydrophobe pour l'eau liquide. L'adsorption d'eau (désorption d'eau) s'accompagne d'une production (dégagement) de chaleur par la fibre. Les fils de laine ont un diamètre qui varie de  $20\text{ }\mu\text{m}$  pour les moutons Mérinos à  $40\text{ }\mu\text{m}$  pour les races écossaises.

Une toison de laine va être caractérisée par une valeur de conductivité thermique  $\lambda_{\text{laine}} = 0,040\text{ SI}$  supposée homogène et une valeur de capacité thermique massique  $c_{\text{laine}}$ .

**Q.1** Rappeler la loi de Fourier pour la conduction thermique. En quelle unité s'exprime la conductivité thermique ?

On considère un parallélépipède, de longueur  $L$ , de hauteur  $H$  et d'épaisseur  $e$  petite ( $e \ll \min(L, H)$ ), constitué d'un matériau homogène de conductivité  $\lambda$ , de masse volumique  $\mu$  et de capacité thermique massique  $c$  (FIGURE 1). Le problème est supposé unidimensionnel, la température ne dépend que de la variable  $z$  et du temps  $t$ . Les températures, sauf avis contraire, sont en  $^{\circ}\text{C}$ .

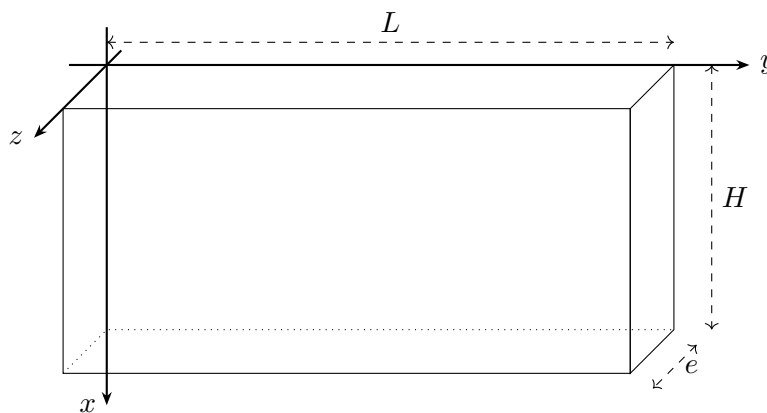


FIGURE 1 – Géométrie de conducteur thermique

- Q.2** Sur quelle direction est le vecteur densité  $\vec{j}_Q$  de courant thermique ? De quelles variables dépend-il ?
- Q.3** Faire un bilan énergétique sans terme source sur la tranche de matériau comprise entre  $z$  et  $z + dz$  et en déduire l'équation différentielle à laquelle obéit la température  $T(z, t)$ .
- Q.4** Que devient-elle en régime stationnaire ? Le vecteur  $\vec{j}_Q$  dépend-il de  $z$  ?
- Q.5** On suppose que le matériau est en présence de thermostats qui imposent à tout moment une température  $T_e$  en  $z = 0$  et  $T_s < T_e$  en  $z = e$ . Que vaut la puissance thermique  $\Phi$  qui traverse le matériau en fonction de  $e, \lambda, H, L, T_e$  et  $T_s$  ?
- Q.6** Définir puis exprimer la résistance thermique du matériau en fonction de ses caractéristiques géométriques et de sa conductivité. Que signifie, du point de vue thermique, mettre des résistances en parallèle et mettre des résistances en série ?

On peut mesurer expérimentalement la conductivité thermique de la laine à partir d'un échantillon de celle-ci par la méthode de la *plaque chaude gardée* (FIGURE 2). L'échantillon est formé de deux *plaques* de laine identiques d'épaisseur  $e$  et de surface  $S$  séparées par une plaque chaude. Un même flux thermique  $\phi$  engendré par effet Joule dans un conducteur électrique inséré dans la plaque chaude, traverse les échantillons. Les plaques d'échantillon sont encadrées chacune par une plaque froide. Les températures  $T_c$  et  $T_f$  des plaques chaude et froide sont mesurées en régime permanent par des thermocouples.

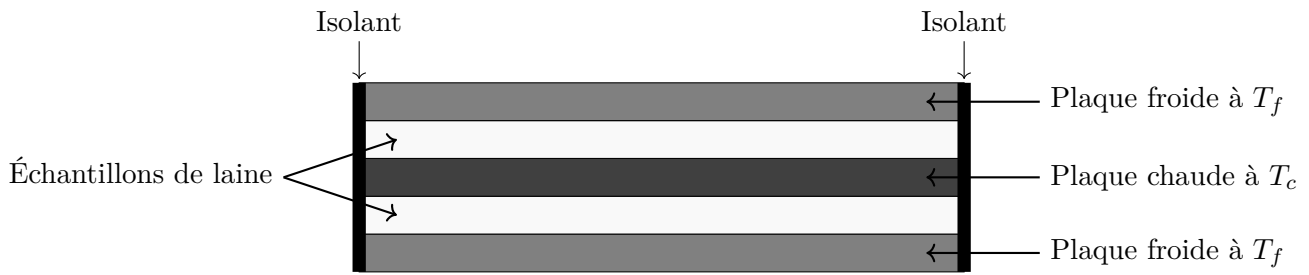


FIGURE 2 – Principe de la plaque chaude gardée

**Q.7** Exprimer la conductivité  $\lambda_{laine}$  de la laine en fonction de  $\phi$ ,  $e$ ,  $S$ ,  $T_c$  et  $T_f$ .

## II – Équilibre thermique d'une brebis (situation de confort)

On modélise la brebis debout par un parallélépipède plein, de température uniforme  $\Theta_{eq} = 39^\circ\text{C}$ , de longueur  $L = 100\text{ cm}$  et de section carrée de côté  $H = 30\text{ cm}$ . Le corps de la brebis est entouré d'une épaisseur  $e$  qui peut varier de  $e_M = 10\text{ cm}$  de laine avant la tonte à  $e_m = 5\text{ mm}$  après la tonte. La situation est représentée en FIGURE 3.

**Q.8** Exprimer la résistance  $R_{laine}$  de cette carapace de laine en négligeant les effets de bords, en fonction de  $L$ ,  $H$ ,  $e$  et  $\lambda_{laine}$ . Évaluer son ordre de grandeur pour les deux épaisseurs limites.

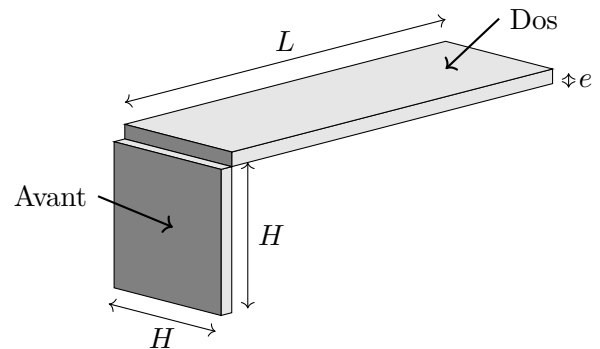
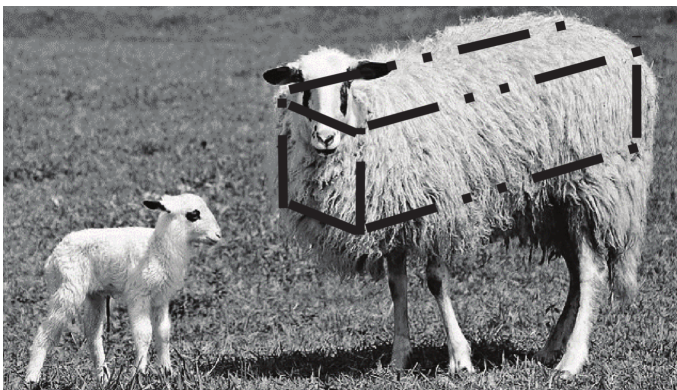


FIGURE 3 – Modélisation d'une brebis. Sur la figure de droite, seules les parties lainières du dos et de l'avant ont été schématisées.

On doit tenir compte de deux autres phénomènes d'échanges thermiques : la conducto-convection (d'autant plus importante que le vent est fort) et le rayonnement thermique toujours présent.

La loi de Newton, relative au phénomène de conducto-convection, correspond à un vecteur de densité thermique reçu par la brebis égal à  $\vec{j}_Q = -h(T_e - T_a)\vec{n}$  avec  $T_e$  la température de la surface extérieure de la brebis en contact avec l'air de température  $T_a$  et le vecteur unitaire normal  $\vec{n}$  orienté de la brebis vers l'extérieur. On prendra un coefficient de Newton laine/air égal à  $h = 4,0\text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$ .

**Q.9** En déduire en fonction de  $h$ ,  $L$  et  $H$ , la résistance de conducto-convection  $R_{cc}$  à introduire dans notre modèle de brebis. Évaluer son ordre de grandeur.

Le phénomène de rayonnement introduit une résistance supplémentaire  $R_r$ . Comme la température de l'air est assez proche de celle de l'animal, la puissance  $P_r$  due au rayonnement thermique sortant de la surface extérieure de la brebis s'exprime sous la forme  $P_r = KA(T_e - T_a)$  avec  $A$  l'aire de la surface extérieure de la brebis,  $T_e$  la température de cette surface en contact avec l'air de température  $T_a$ . On prendra  $K = 5,0\text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$ .

- Q.10** Exprimer la résistance thermique de rayonnement  $R_r$  en fonction de  $K$ ,  $L$  et  $H$ .
- Q.11** Faire un schéma du montage de ces trois résistances placées entre la température interne de la brebis  $\Theta_{eq} = 39^\circ\text{C}$  et la température de l'air  $T_a$ . Évaluer numériquement les deux valeurs  $R_1$  et  $R_2$  des résistances équivalentes de la brebis non tondue et de la brebis tondue.

La brebis non tondue est dans un confort climatique pour la température de l'air égale à  $T_0 = 5^\circ\text{C}$ . En plus des phénomènes de diffusion, conducto-convection et rayonnement, il y a évaporation d'eau par sudation. La brebis émet de la vapeur d'eau par les voies respiratoires en toute situation avec un débit massique :

$$\dot{m} = 5,8 \times 10^{-6} \text{ g} \cdot \text{s}^{-1}$$

et elle en émet deux fois plus par sa surface cutanée quand elle vient d'être tondue et que la température extérieure est supérieure à  $5,1^\circ\text{C}$  :

$$\dot{m}' = 2\dot{m}$$

L'enthalpie massique standard de vaporisation de l'eau, supposée indépendante de la température, vaut  $\Delta_{vap}H^\circ = 2500 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$ .

- Q.12** En déduire la puissance  $p_{m0}$  apportée à la brebis par son métabolisme dans une situation de confort juste avant la tonte. On l'exprimera en fonction de  $\dot{m}$ ,  $\Delta_{vap}H^\circ$ ,  $R_1$ ,  $\Theta_{eq}$  et  $T_a$ , puis on en fera l'évaluation numérique pour  $T_a = T_0 = 5^\circ\text{C}$ .
- Q.13** Déterminer, de même, la puissance  $p'_{m0}$  dégagée par la métabolisme de la brebis juste après la tonte pour la température de confort  $T_0 = 5^\circ\text{C}$ .

### III – Déséquilibre thermique d'une brebis (situations de stress et de danger)

La thermorégulation est due à des productions internes de chaleur (thermogenèse liée au métabolisme et à l'activité physique) et à des déperditions de chaleur au niveau de la respiration et de la peau (thermolyse). Dans une situation où l'air environnemental est en dehors de la zone de confort, la brebis va se réchauffer ou se refroidir et éventuellement transpirer. On négligera la capacité thermique de la toison devant celle du corps de la brebis. On assimile la brebis à un volume d'eau de masse volumique  $\mu = 1000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$  et de capacité thermique massique  $c = 4,2 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$ . On admet que les variations de température sont suffisamment lentes pour utiliser les notions de résistances. On note  $p_m$  la puissance apportée par le métabolisme.

- Q.14** a) En appliquant le premier principe de la thermodynamique à la brebis non tondue dans une situation (1) où la température  $T_a$  de l'environnement est différente de  $T_0 = 5^\circ\text{C}$ , montrer que l'équation différentielle relative à la température  $T(t)$  de la brebis s'écrit :

$$\frac{dT}{dt} + \frac{1}{\tau_1}(T(t) - T_a) = \frac{1}{\tau_1}(T_1 - T_a)$$

où on exprimera  $\tau_1$  en fonction de  $\mu$ ,  $c$ ,  $L$ ,  $H$  ainsi que de  $R_1$  et  $(T_1 - T_a)$  en fonction de  $\Theta_{eq}$ ,  $T_0$ ,  $R_1$  et  $(p_m - p_{m0})$ .

- b) Exprimer la température  $T(t)$  au cours du temps en fonction de  $T_1$ ,  $\tau_1$  et  $\Theta_{eq}$  en supposant que la température initiale de la brebis est  $\Theta_{eq}$ .
- c) Calculer  $\tau_1$  puis  $T_1$  en  $^\circ\text{C}$  pour  $p_m = p_{m0}$  avec une température extérieure égale à  $T_a = 17^\circ\text{C}$ .

- Q.15** D'après les données du document au début d'énoncé, la brebis non tondue reste dans sa zone d'adaptation pour une température extérieure variant de  $-8^\circ\text{C}$  à  $15^\circ\text{C}$ . En déduire entre quelles limites peut varier la puissance apportée par le métabolisme de l'animal dans cette situation (1) sans qu'il y ait danger pour lui (on suppose donc que la brebis reste à sa température d'équilibre  $\Theta_{eq} = 39^\circ\text{C}$  dans ces conditions).

- Q.16** En appliquant le premier principe à la brebis tondue dans une situation (2) où la température  $T_a$  de l'environnement est supérieure à  $T_0 = 5^\circ\text{C}$ , montrer que l'équation différentielle relative à la

température  $T(t)$  de la brebis peut se mettre sous la forme :

$$\frac{dT}{dt} + \frac{1}{\tau_2}(T(t) - T_a) = \frac{1}{\tau_2}(T_2 - T_a)$$

dans laquelle les grandeurs  $T_2$  et  $\tau_2$  sont des constantes à exprimer. Exprimer  $\tau_2/\tau_1$  et commenter. En supposant que la possibilité de variation de la puissance métabolique soit celle obtenue à la question précédente, jusqu'à quelle température extérieure la brebis tondue peut-elle s'adapter à la chaleur ?

- Q.17** a) Faire un schéma de montage électrique équivalent aux situations (1) et (2) en indiquant les valeurs des éléments du montage en fonction de  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $\tau_1$  et  $\tau_2$ ,  $R_1$  et  $R_2$ .  
 b) Tracer l'allure de  $T(t)$  dans une situation de type (1) (brebis non tondue) à partir d'une température initiale  $T(t=0) = \Theta_{eq} = 39^\circ\text{C}$  avec  $p_m = p_{m0}$  et une température de l'air  $T_a = 17^\circ\text{C}$ .  
 c) Tracer l'allure de  $T(t)$  pour la situation (2) (brebis tondue) à partir d'une température initiale  $T(t=0) = \Theta_{eq} = 39^\circ\text{C}$  et une température de l'air  $T_a = 25^\circ\text{C}$  sachant que  $T_2 - T_a = 2,6^\circ\text{C}$ .

Pour assurer leur survie, il leur faut une alimentation suffisante en sources de glucides. Ce sont les réactions chimiques issues du glucose qui fournissent l'énergie du métabolisme. Les réactions d'oxydation du glucose  $\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6$  par le dioxygène respiré formant de l'eau et du dioxyde de carbone sont les sources d'énergie thermique.

- Q.18** a) Écrire le bilan chimique pour une mole de glucose. Sachant que cette réaction est caractérisée par une enthalpie standard de réaction  $\Delta_r H^\circ = -2800 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$ , quelle est l'énergie thermique apportée par litre de dioxygène respiré (pris à  $5^\circ\text{C}$  à la pression de 1 bar) ?  
 b) En utilisant les résultats de la **Q.12**, quelle quantité d'oxygène la brebis doit-elle respirer par minute en situation de confort ?

#### IV – Réponse d'un groupe de brebis

Les brebis se serrent les unes contre les autres en situation de stress thermique dû au froid extérieur. Supposons que le berger ait un troupeau de 6 brebis non tondues. Plusieurs regroupements sont possibles comme indiqué en FIGURE 4.

- Q.19** Évaluer la diminution de surface en contact avec l'air par rapport aux brebis isolées dans les cas 1, 1', 2 et 2' en fonction de  $H$  et  $X = L/H = 3,3$ . On rappelle que la longueur est notée  $L$  et que la section est carrée de côté  $H$ , telles que définies dans la FIGURE 3. Quel sera le cas de plus faible conductance thermique ? Dans quelle configuration les brebis ont-elles intérêt à se regrouper ? Quelle sera la diminution relative moyenne de métabolisme nécessaire au maintien de la température interne induite par le regroupement ? Certaines ont-elles intérêt à changer de place de temps en temps ?

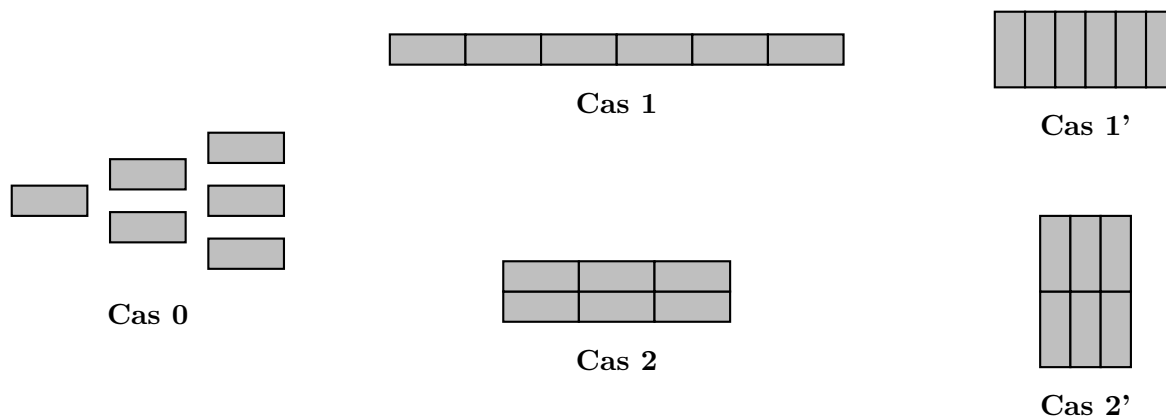
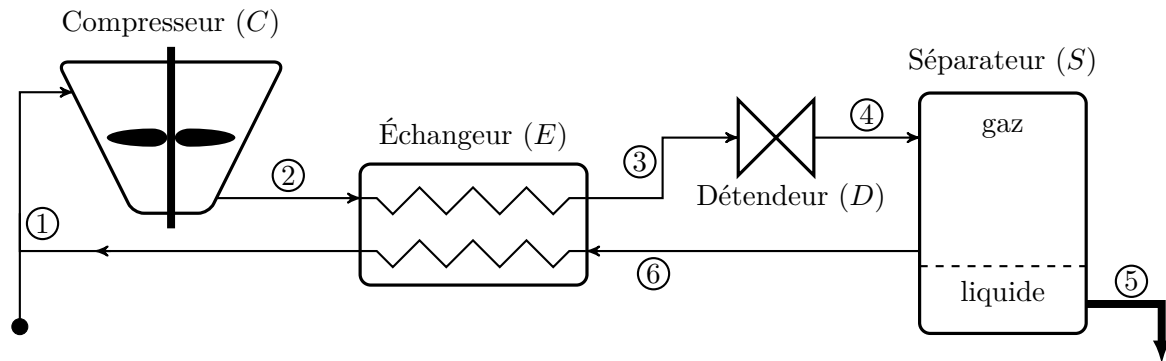


FIGURE 4 – Regroupements possibles de 6 brebis

## Exercice 2 : Procédé Linde-Hampson pour la liquéfaction du diazote

La figure ci-dessous représente le schéma de principe du procédé LINDE-HAMPSON utilisé pour produire de l'azote liquide.



- L'azote entre dans le compresseur  $C$  dans l'état 1 ( $P_1 = 1,0 \text{ bar}$  et  $T_1 = 290 \text{ K}$ ) pour y subir une compression isotherme qui l'amène à l'état 2 ( $P_2 = 100 \text{ bar}$  et  $T_2 = T_1 = 290 \text{ K}$ )
- Il est alors refroidi à pression constante ( $P_3 = P_2$ ) dans l'échangeur  $E$  jusqu'à  $T_3$
- Il est ensuite détendu jusqu'à la pression atmosphérique ( $P_4 = P_5 = P_6 = P_1 = 1,0 \text{ bar}$ ) dans le détendeur  $D$ . L'azote sortant du détendeur  $D$  est un mélange de gaz et de liquide.
- Le liquide 5 est extrait au niveau du séparateur  $S$ , qui renvoie la vapeur sèche saturante (état 6) dans l'échangeur thermique  $E$ . C'est ce fluide froid 6 – 1 qui permet de refroidir le fluide chaud 2 – 3.
- Le diazote gazeux est ramené à l'état 1 à la sortie de l'échangeur  $E$ .

On note  $D_m$  le débit massique dans le circuit 2 – 3 – 4,  $D'_m$  le débit massique dans le circuit 6 – 1 et  $D_\ell$  le débit massique d'azote liquide qui sort du séparateur  $S$  en 5. L'étude de ce procédé de liquéfaction est effectuée en utilisant les propriétés thermodynamiques réelles lues sur le diagramme enthalpique fourni en annexe, à rendre avec la copie.

Dans tout le problème, on néglige les variations d'énergie cinétique macroscopique et d'énergie potentielle de pesanteur. L'installation fonctionne en régime stationnaire.

### Préliminaires

- Q.1** Considérons une machine en régime stationnaire. Quand elle est traversée par un fluide, celui-ci y échange le travail utile  $w_u$  avec les parties mobiles de la machine et la chaleur  $q$ . On note  $h_e$  et  $h_s$  les valeurs de l'enthalpie massique du fluide à l'entrée et à la sortie de la machine. Par quelle relation entre ces grandeurs se traduit le premier principe ?
- Q.2** En notant  $s_e$  et  $s_s$  les valeurs de l'entropie massique du fluide à l'entrée et à la sortie de la machine, par quelle relation se traduit le second principe ?

Sur le diagramme fourni en annexe (à rendre avec la copie) :

- Q.3** Identifier la grandeur conservée le long de la courbe  $\mathcal{C}_1$ . En justifiant votre réponse, déterminer l'allure de l'asymptote de cette courbe à basse pression.
- Q.4** Identifier la grandeur conservée le long de la courbe  $\mathcal{C}_2$ . Justifier qualitativement le sens de variation de cette courbe.
- Q.5** Identifier et nommer les états possibles du diazote sur la courbe  $\mathcal{C}_3$ .
- Q.6** Identifier la grandeur conservée le long de la courbe  $\mathcal{C}_4$ . On considère la transformation amenant le diazote de l'état représenté par le point  $M_1$  à celui représenté par le point  $M_2$  suivant le segment  $[M_1 M_2]$ . Décrire l'état du diazote en  $M$ .

### Compresseur

La compression de l'azote s'y effectue de façon isotherme et réversible de l'état 1 jusqu'à l'état 2. Pour ce faire, les parois du compresseur sont en contact avec un thermostat qui en maintient la température constante. Celle-ci sera prise égale à celle de l'azote comprimé, soit  $T_1 = 290\text{ K}$ .

- Q.7** Placer les points 1 et 2 sur le diagramme de l'azote et déterminer leurs enthalpies et entropies massiques.
- Q.8** Calculer le transfert thermique fourni par le thermostat par kilogramme d'azote comprimé.
- Q.9** Calculer le travail utile massique  $w_{u,C}$  reçu par l'azote dans le compresseur.

Pour les questions suivantes, on admettra que le détendeur  $D$ , le séparateur  $S$  et l'échangeur  $E$  sont parfaitement calorifugés et ne contiennent aucune pièce mécanique mobile.

### Détendeur

- Q.10** Déterminer, en la justifiant, la nature de la transformation dans le détendeur  $D$ .
- Q.11** En déduire, en utilisant le diagramme, que la température  $T_3$  dans l'état 3 doit être inférieure à une valeur  $T_{3,max}$  pour que le fluide dans l'état 4 puisse être un mélange de liquide et de gaz. Toujours avec le diagramme, estimer la valeur de  $T_{3,max}$ .

### Séparateur

Celui-ci comporte une entrée et deux sorties. En 5, on extrait l'azote liquide saturant et en 6 la vapeur d'azote sèche saturante.

- Q.12** Placer les points 5 et 6 sur le diagramme et déterminer leurs enthalpies et entropies massiques.
- Q.13** On note  $y$  la fraction massique d'azote liquide en 4 et  $x$  la fraction massique d'azote gazeux en 4. Quelle est la relation entre  $x$  et  $y$ ?
- Q.14** En appliquant un bilan enthalpique au séparateur (qui est parfaitement calorifugé et ne contient aucune partie mobile), montrer que l'on obtient la relation :  $h_4 = yh_5 + (1 - y)h_6$ .

### Échangeur thermique

On rappelle que le débit massique d'azote dans le circuit 2 – 3 – 4 est noté  $D_m$  et celui dans le circuit 6 – 1 est noté  $D'_m$ . On note  $\Phi$  la puissance échangée entre les circuits 2 – 3 et 6 – 1.

- Q.15** Exprimer le débit massique  $D'_m$  en fonction de  $y$  et de  $D_m$ .
- Q.16** Exprimer les transferts thermiques massiques  $q$  et  $q'$  reçus par le fluide respectivement dans les circuits 2 – 3 et 6 – 1. En déduire que  $D_m(h_3 - h_2) + D'_m(h_1 - h_6) = 0$ .
- Q.17** Déduire des deux questions précédentes une relation entre  $h_1$ ,  $h_2$ ,  $h_3$ ,  $h_6$  et  $y$ .
- Q.18** Montrer alors que :  $y = \frac{h_1 - h_2}{h_1 - h_5}$ . Faire l'application numérique.
- Q.19** Calculer les valeurs de  $h_3$  et  $h_4$  et placer les points 3 et 4 sur le diagramme.
- Q.20** Calculer le travail  $w'_{u,C}$  fourni au niveau du compresseur par kilogramme d'azote liquide produit.

● ● ● FIN ● ● ●

### Annexe du DS 3

(À détacher et à rendre avec la copie)

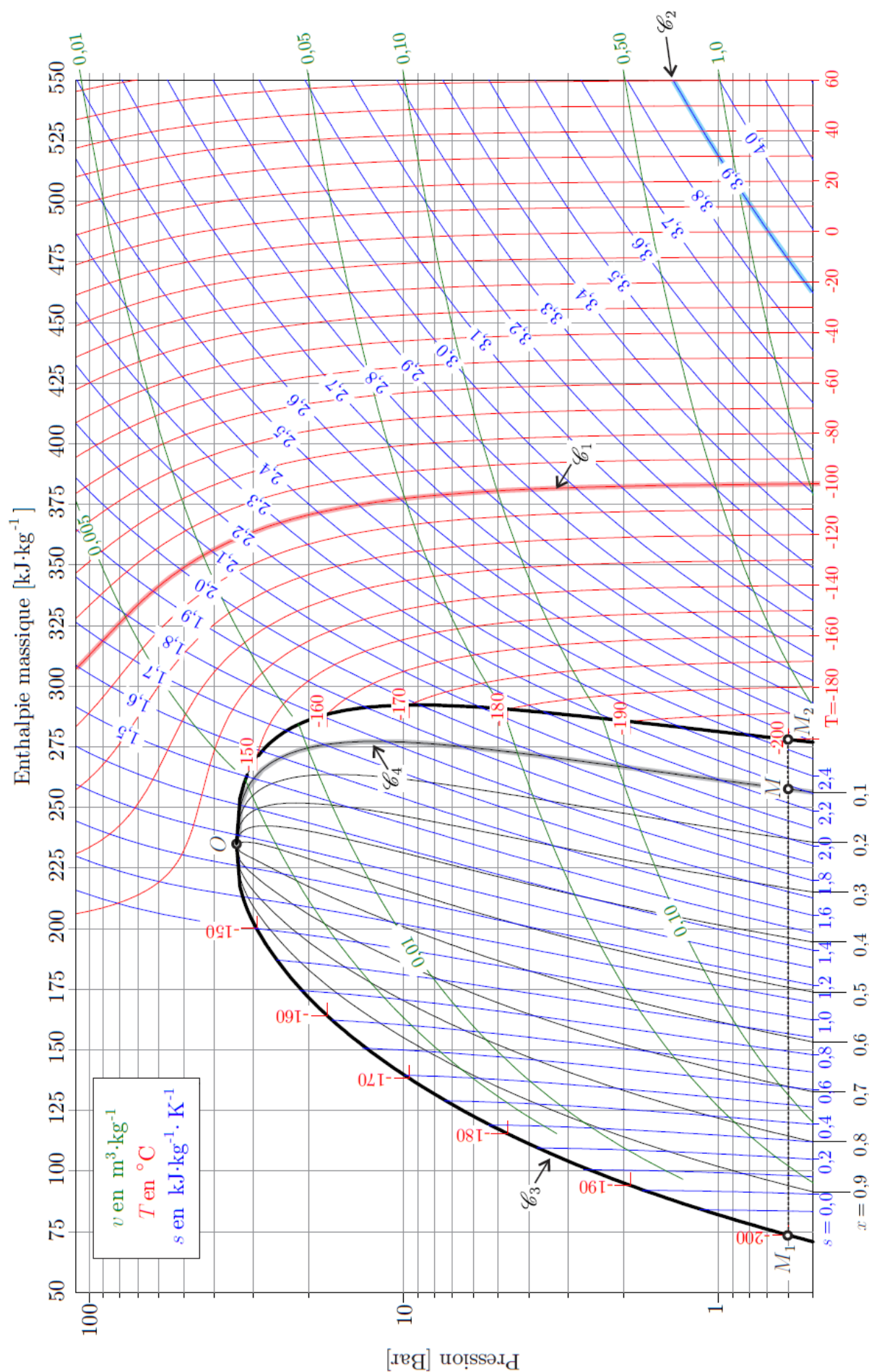


FIGURE A – Diagramme enthalpique du diazote