SPE MP ····· 2026-2027 | PROGRAMME DE COLLE 8

Exercices : PROBAS - PROBAS - PROBAS ! ! ! !

Cours probabilités (fin sans les fonctions génératrices) :

H) VARIANCE , ÉCART-TYPE ET COVARIANCE

Moments - Moments d'ordre 2 - Cauchy-Schwarz - variance , écart-type - variable réduite - Propriétés

- Si X et Y admettent un moments d'ordre 2 alors X et XY sont d'espérance finie.

Formule de König-Huygens - $V(aX+b) = a^2V(X)$ - Variance et écart-type des lois usuelles. Covariance de deux VADR- Formule de König-Huygens - Cas de 2 VADR indépendantes - $Cov(aX+b\ ,\ cY+d) = ac\ Cov(X,Y)$ - Variance d'une somme de VADR - Variance d'une somme de VADR indépendantes.

- Inégalité de Bienaymé-Tchebychev
- Théorème : Loi faible des grands nombres

Espaces vectoriels : cours et exercices niveau MPSI

EV - SEV -$\mathbb{K}$-algèbre. Notion de combinaisons linéaires d'une famille finie

Application linéaire - $\mathcal{L}(E,E')$ est un K-ev avec $+$ et $\cdot$ et $\mathcal{L}(E)$ est une K-algèbre avec $+$ et $\circ$ et $\cdot$

Application bi-linéaire

Groupe linéaire : f est bijective SSI f est inversible dans l'anneau $\mathcal{L}(E)$

SEV - SEV engendré - Somme de 2 SEV - Somme directe - supplémentaire

Noyau Image structure (Sous-espace affine) de l'ensemble des x tels que $f(x) = b$.

Projecteurs - symétrie Caractérisation : Si $f \in \mathcal{L}(E)$ alors f est un projecteur **SSI** $f \circ f = f$.

Famille de projecteurs associée à une décomposition $E = \bigoplus_{i=1}^{p} E_i$

Familles libres/génératrices/bases.

Cas des familles libres de fonctions (exemple : $(f_a)_{a\in\mathbb{R}}$ est libre avec $f_a(x) = |x-a|$)

Famille et application linéaire : critère d'isomorphisme

Théorème fondamental : Définition d'une application linéaire à partir d'une base

Espace de dimensionfinie, de dimensioninfinie.

- Théorème de la base incomplète- dimension - caractérisation des bases.

Théorème (démonstration non faite) : Toutes les bases ont même cardinal.

Tout sur le calcul du rang d'une famille de vecteurs : pivot de Gauss.

Dimensions des SEV - Dimension de $F \oplus G$ Dimensions (et base adaptée) des Sommes directes de p SEV

- Théorème des 4 dimensions : dim $(F+G)$ =dim$F$+dim G−dim$F \cap G$.

Dimension (et base) d'un produits finis de K-ev de dimensionfinie.

Théorème fondamental : Si $\mathcal{B} = (e_1, ..., e_n)$ est un base de E et si

$(v_1, ..., v_n) \in (E')^n$ alors il existe une unique application linéaire f tel que pour tout i $f(e_i) = v_i$.

- Théorème du rang. Conséquences

Prévisions : Matrices - groupes symétriques - déterminants.