Programme de colle

Semaine 9 (du 16/11 au 20/11)

Les colles se déroulent en trois parties : une (au moins, il peut y en avoir plusieures) question de cours tirée de la liste ci–dessous, puis un exercice imposé parmi ceux listés et enfin, si le temps le permet, un exercice au choix du colleur.

Partie 1 – Questions de cours

Électrostatique

- Définir le flux du champ électrostatique, énoncer le théorème de Gauss
- Exemples de calcul de champ :
  - boule uniformément chargée en volume
  - cylindre uniformément chargé en volume, cas du fil uniformément chargé en longueur
  - plaque infinie uniformément chargée en volume, cas du plan uniformément chargé en surface, application au condensateur plan
- Analogie gravitationnelle
- Dipôle électrostatique : définition, moment dipolaire, approximation dipolaire, calcul du potentiel créé, application d'un champ extérieur constant (résultante, moment, énergie potentielle d'interaction)

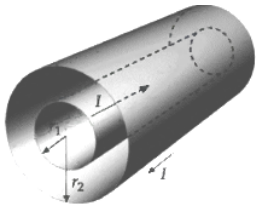
Magnétostatique

- Définir le vecteur densité de courant électrique (lien avec l'intensité du courant), démontrer son expression en fonction de la vitesse des porteurs de charge, leur densité et leur charge
- Énoncer les propriétés de symétries et d'invariances du champ magnétostatique, exemples
- Définir les lignes de champ magnétostatique, donner leurs propriétés
- Définir le flux du champ magnétostatique, donner ses propriétés, application à un tube de champ
- Définir la circulation du champ magnétostatique, énoncer le théorème d'Ampère
- Exemples de calcul de champ : fil infini, solénoïde infini
- Dipôle magnétostatique : définition, moment dipolaire magnétique, approximation dipolaire, effets qualitatifs d'un champ extérieur

Partie 2 – Exercices imposés

Exercice 1 Inductance linéique d'un câble coaxial

On modélise un câble coaxial par deux cylindres conducteurs parfaits infiniment longs de même axe (Oz) et de sections circulaires. Le premier, de rayon R_1 est appelé âme, le second de rayon $R_2 > R_1$ est appelé gaine. L'âme de ce câble transporte une intensité $I_1 = I$ (dirigé dans le sens des z croissants) et la gaine transporte l'intensité opposé $I_2 = -I$. Ces courants sont volumiques et considérés comme uniformément distribués sur une pellicule cylindrique de faible épaisseur $a \ll R_1$ localisée au voisinage de la surface des conducteurs. On note $\vec{j}_1 = j_1\vec{u}_z$ et $\vec{j}_2 = j_2\vec{u}_z$ les densités volumiques de courant associées. L'espace entre les deux conducteurs est le vide.



1. Donner les expressions de j_1 et j_2 en fonction de I, a et des rayons.

La distribution surfacique est la limite d'une réalité volumique où les courants sont répartis sur une très faible épaisseur. Si la distribution est uniforme, la densité surfacique de courant $\vec{j}_s$ est définie comme la limite pour a tendant vers 0 de $(a\,\vec{j})$.

2. Déterminer, dans le cadre de cette modélisation, les courants surfaciques $\vec{j}_{s1}$ et $\vec{j}_{s2}$ parcourant les deux conducteurs.

3. Étudier les symétries et invariances de la distribution de courant et en déduire la direction du champ ainsi que sa dépendance spatiale.

4. Appliquer le théorème d'Ampère à un contour bien choisi et en déduire l'expression du champ $\vec{B}$ en un point M à distance r de l'axe (Oz).

On admet que l'énergie magnétique a pour expression : $U_m = \dfrac{1}{2}L\,I^2 = \iiint \dfrac{B^2}{2\mu_0}\mathrm{d}\tau$,
avec L l'inductance du câble. On considère une portion du câble de longueur h.

5. Calculer l'expression de l'inductance linéique L_ℓ de ce câble en fonction des constantes du problème. Application numérique : $R_1 = 1\,\mathrm{mm}$, $R_2 = 2{,}5\,\mathrm{mm}$ et $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\mathrm{H}\cdot\mathrm{m}^{-1}$.

Exercice 2 Couche de courant

Entre les deux plans d'équation $z = -\frac{e}{2}$ et $z = \frac{e}{2}$, existe un courant de densité volumique uniforme notée $\vec{j} = j_0\vec{u}_x$.

1. Déterminer la direction du champ magnétique $\vec{B}(M)$ et les variables dont il dépend en un point M quelconque.

2. Que peut-on dire du champ $\vec{B}$ dans le plan (xOy) ?

3. Que peut-on dire des champs $\vec{B}(M)$ et $\vec{B}(M')$ en deux points M et M' symétriques par rapport au plan (xOy) ?

4. Déterminer $\vec{B}(M)$ en tout point M.

On fait tendre l'épaisseur e vers 0, tout en maintenant constant le courant total.

5. Quelle relation doivent vérifier e et j_0 pour cela ?

6. Que devient le champ $\vec{B}$ dans ce cas ?

Exercice 3 Champ magnétique Terrestre

La norme du moment magnétique Terrestre vaut $m = 7 \times 10^{22}\,\mathrm{A}\cdot\mathrm{m}^2$. On suppose la Terre sphérique de rayon $R_T = 6400\,\mathrm{km}$. Les pôles géographiques et magnétiques seront supposés confondus.

1. Préciser le sens du moment magnétique terrestre par rapport à l'axe nord sud.

2. Calculer les composantes horizontale et verticale du champ magnétique terrestre à l'équateur, à Dunkerque de latitude $\lambda = 50°$ ainsi qu'au pôle nord.

3. Une boussole est placée horizontalement à la latitude λ. On note $\vec{m}_B$ le moment magnétique de la boussole et J_B son moment d'inertie par rapport à l'axe de rotation. Déterminer la position d'équilibre stable. Calculer la période des petites oscillations.

4. Calculer l'énergie magnétique contenue dans l'espace extérieur à la Terre.

Données :

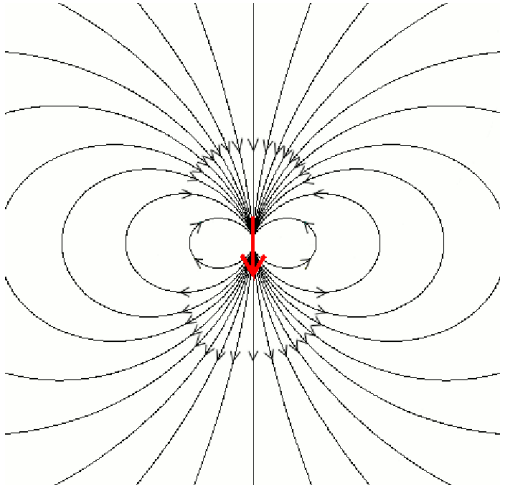
Carte de champ créé par un dipôle magnétique $-m\vec{u}_z$ représentée ci-dessous. Champ magnétique créé au point $M(r,\theta,\varphi)$ par ce dipôle magnétique placé en O :

$$B_r = -\frac{2\mu_0 m\cos\theta}{4\pi r^3} \qquad B_\theta = -\frac{\mu_0 m\sin\theta}{4\pi r^3} \qquad B_\varphi = 0$$

Actions subies par un dipôle magnétique $\vec{m}$ plongé dans un champ magnétique extérieur :

$$\vec{f} = \overrightarrow{\mathrm{grad}}\left(\vec{m}\cdot\vec{B}_{ext}\right) \qquad \vec{\Gamma} = \vec{m}\wedge\vec{B}_{ext}$$

On admet que la densité volumique d'énergie magnétique est donnée par : $u_{mag} = \dfrac{B^2}{2\mu_0}$.



Partie 3 – Exercices supplémentaires

Tout exercice d'électrostatique ou de magnétostatique.