

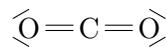
## Correction du DM 6

### Exercice 1 : Révisions d'atomistique

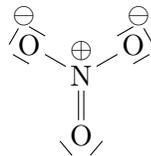
**Q.1** Les règles de Klechkowski, Pauli et Hund sont les règles qui permettent de déterminer la configuration électronique d'un atome (voir cours de Sup). Dans le cas de l'oxygène, la configuration électronique est :  $(1s)^2 (2s)^2 (2p)^4$ .

**Q.2** La couche externe est celles de nombre quantique principal le plus élevé, ici  $n = 2$ . L'oxygène possède donc 6 électrons de valence et se trouve donc dans la 16 colonne (ne pas oublier les 10 colonnes des métaux de transition) et à la deuxième période.

**Q.3** L'oxygène possède 6 électrons de valence et le carbone 4. Il y a donc au total 16 électrons de valences dans la molécule, soit 8 doublets. La molécule est la suivante :



**Q.4** L'azote possède 5 électrons de valence, il y a donc 24 électrons de valence dans la molécule (rajouter un électron pour la charge négative totale), soit 12 doublets. La formule de Lewis est la suivante :



**Q.5** La masse molaire d'un nucléon est environ égale à  $1 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$  donc si un atome possède  $A$  nucléons, sa masse molaire sera environ égale à  $A$ . Les éléments légers possèdent autant de protons que de neutrons, soit  $A = 2Z$ , mais ce n'est plus vrai pour les éléments lourds. Pour ces derniers, le nombre de neutrons est plutôt de  $1,5 Z$ , soit  $A \approx 2,5 Z$ . Avec ce calcul rapide, on trouve une masse molaire du plomb qui serait égale à  $M(\text{Pb}) \simeq 205 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ , tout à fait compatible avec la valeur donnée.

**Q.6** On note respectivement  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $\gamma$  les abondances isotopiques de  $^{206}\text{Pb}$ ,  $^{207}\text{Pb}$  et  $^{208}\text{Pb}$ . Une mole de plomb (assemblée de  $\mathcal{N}_A$  atomes) possède une masse  $m = 207,21 \text{ g}$  et est composée de :

- $\alpha \mathcal{N}_A$  atomes de  $^{206}\text{Pb}$ , chacun de masse  $\frac{206}{\mathcal{N}_A}$
- $\beta \mathcal{N}_A$  atomes de  $^{207}\text{Pb}$ , chacun de masse  $\frac{207}{\mathcal{N}_A}$
- $\gamma \mathcal{N}_A$  atomes de  $^{208}\text{Pb}$ , chacun de masse  $\frac{208}{\mathcal{N}_A}$

Comme  $\alpha + \beta + \gamma = 1$ , on en déduit le système d'équation : 
$$\begin{cases} 206\alpha + 207\beta = 98,218 \\ \alpha + \beta = 0,476 \end{cases}$$

Soit :  $\alpha = 31,4\%$  et  $\beta = 16,2\%$ .

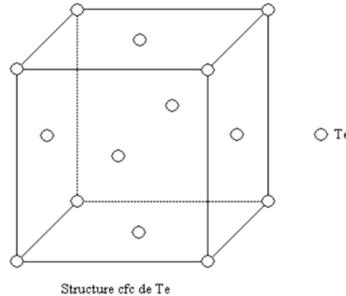
**Q.7** Les énergies de première et deuxième ionisation sont les énergies minimales nécessaires à apporter à un atome pour arracher un puis deux électrons. Pour un atome, les énergies de première et deuxièmes ionisation valent :  $E_1 = \frac{715 \times 10^3}{\mathcal{N}_A} = 1,2 \times 10^{-18} \text{ J}$  et  $E_2 = \frac{1450 \times 10^3}{\mathcal{N}_A} = 2,4 \times 10^{-18} \text{ J}$ .

Le rayonnement utilisé est composé de photons, d'énergie :  $E_{ph} = h\nu = h \frac{c}{\lambda} = 1,66 \times 10^{-18} \text{ J}$ . Il est donc possible d'observer la première ionisation, mais pas la seconde.

## Exercice 2 : Cristallographie

**Q.1** La maille conventionnelle du réseau cfc est représentée ci-dessous et comporte :

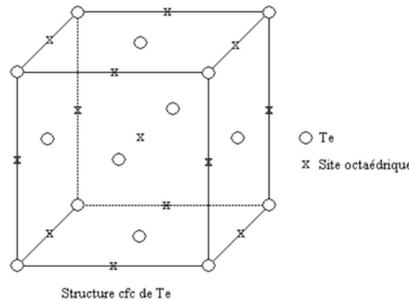
- un atome à chaque sommet, commun à huit mailles
- un atome au milieu de chaque face, commun à deux mailles.



**Q.2** Les atomes sont tangents sur la diagonale d'une face, de longueur  $\ell = a\sqrt{2} = 4r_{Te}$ . On en déduit que  $a = 2\sqrt{2}r_{Te} = 0,396 \text{ nm}$ .

**Q.3** On utilise une maille de volume  $a^3$ , comportant 4 atomes de tellure :  $\rho = \frac{4M_{Te}}{\mathcal{N}_A a^3} = 13,65 \text{ kg} \cdot \text{dm}^{-3}$ .

**Q.4** Les sites octaédriques sont situés au centre de la maille et au milieu de chaque arête. Il y en a donc 4 dans une maille.



**Q.5** D'après la formule brute, il y a en moyenne dans le cristal 4 sites octaédriques occupés pour 5 atomes de tellure. Comme il y a autant de sites disponibles que d'atomes par maille dans ce cristal, 80% des sites octaédriques sont occupés.

**Q.6** Si un site octaédrique est occupé, le contact entre deux sphères se fait le long d'une arête. Comme l'atome le plus gros est celui d'antimoine, on a :  $a_{min} = 2(r_{Te} + r_{Sb}) = 0,570 \text{ nm}$ .

**Q.7** La plus courte distance est la diagonale d'une face, soit  $D_{Te-Te} = \frac{1}{2}a\sqrt{2} = 0,403 \text{ nm}$ .

**Q.8** On utilise une maille de volume  $a_{min}^3$ , contenant 4 atomes de tellure et dont 3,2 sites octaédriques sont occupés équitablement par du germanium et de l'antimoine. On a donc :

$$\rho = \frac{4M_{Te} + 1,6M_{Sb} + 1,6M_{Ge}}{\mathcal{N}_A a_{min}^3} = 7,34 \text{ kg} \cdot \text{dm}^{-3}$$

**Q.9** Les valeurs expérimentales montrent que le matériau est en fait moins dense que ce qui a été calculé (distances mesurées entre atomes plus grandes et masse volumique expérimentale plus faible).

### Exercice 3 : Résistance d'un conducteur ohmique torique

**Q.1**  $\epsilon_0$  est la permittivité diélectrique du vide. Elle se mesure usuellement en farad par mètre.

**Q.2** À partir de l'équation de Maxwell-Gauss  $\text{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$  et de la loi d'Ohm locale  $\vec{j} = \gamma \vec{E}$ , on peut réécrire l'équation locale de conservation de la charge  $\text{div} \vec{j} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$  sous la forme :  $\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\gamma}{\epsilon_0} \rho = 0$ .

**Q.3** Cette équation se réécrit aussi  $\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{\tau} \rho = 0$  où la constante de temps  $\tau$  vaut  $\tau = \frac{\epsilon_0}{\gamma} \simeq 10^{-19}$  s. On en conclut que la densité volumique de charge est une exponentielle décroissante qui peut être considérée comme nulle au bout d'une durée  $T \gg \tau$ .

**Q.4** L'équation de Maxwell-Ampère s'écrit  $\overrightarrow{\text{rot}} \vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ . Elle peut être simplifiée en supposant que  $\left\| \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right\| \ll \|\vec{j}\|$ , à condition que  $\epsilon_0 \frac{\|\vec{E}\|}{T} \ll \gamma \|\vec{E}\|$  où  $T$  est la durée caractéristique des variations temporelles du champ électrique. On retrouve la condition de la question précédente, ce qui permet de dire que l'équation de Maxwell-Ampère prend la forme simplifiée :  $\overrightarrow{\text{rot}} \vec{B} = \mu_0 \vec{j}$ .

**Q.5** L'équation de Maxwell Gauss s'écrit donc :  $\text{div} \vec{E} = 0$ . Le potentiel électrostatique scalaire  $V$  vérifie par définition  $\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}} V$ , soit :

$$\text{div}(\overrightarrow{\text{grad}} V) = \Delta V = 0$$

**Q.6** On a d'après l'énoncé :  $\Delta V = \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 V}{\partial \theta^2} = 0$ , avec  $V(0) = U$  et  $V(\alpha) = 0$ . Le potentiel est donc une fonction affine :

$$V(\theta) = U \frac{\alpha - \theta}{\alpha}$$

On en déduit  $\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}} V = \frac{U}{\alpha r} \vec{u}_\theta$  et  $\vec{j} = \gamma \vec{E} = \frac{\gamma U}{\alpha r} \vec{u}_\theta$ .

**Q.7** L'intensité demandée est le flux du vecteur  $\vec{j}$  à travers une section du tore :

$$I = \int \vec{j} \cdot d\vec{S} = \int \vec{j} \cdot \vec{u}_\theta dr dz = \frac{\gamma U}{\alpha} \int_a^b \frac{dr}{r} \int_0^c dz = \frac{\gamma c}{\alpha} \ln\left(\frac{b}{a}\right) U = \frac{U}{R}$$

avec  $R = \frac{\alpha}{\gamma c} \frac{1}{\ln(b/a)}$ .

**Q.8** La relation demandée est  $R = \frac{L}{\gamma S}$ . Ici, on peut remarquer que :

$$\ln\left(\frac{b}{a}\right) = \ln\left(1 + \frac{b-a}{a}\right) \simeq \frac{b-a}{a}$$

si  $a$  et  $b$  sont proches, donc  $R \simeq \frac{\alpha a}{\gamma c(b-a)}$  où on reconnaît  $S = c(b-a)$  et  $L = \alpha a$ , donc une expression équivalente de la résistance.