Programme de colle

Semaine 11 (du 01/12 au 05/12)

Les colles se déroulent en trois parties : une (au moins, il peut y en avoir plusieures) question de cours tirée de la liste ci–dessous, puis un exercice imposé parmi ceux listés et enfin, si le temps le permet, un exercice au choix du colleur.

Partie 1 – Questions de cours

Équations de Maxwell

- Établir l'équation locale de conservation de la charge
- Énoncer les théorèmes de Green-Ostrogradski et Stokes (non démontrés)
- Énoncer les équations de Maxwell, retrouver les formulations intégrales
- Établir les équations de Poisson et de Laplace pour le potentiel électrostatique
- Établir les équations de propagation des champs $\vec{E}$ et $\vec{B}$ dans le vide
- Aspects énergétiques :
  - Définir la densité volumique de force EM et la puissance volumique cédée aux charges
  - Énoncer la loi d'Ohm locale, définir la densité volumique de puissance Joule
  - Définir la densité volumique d'énergie électromagnétique
  - Définir le vecteur de Poynting (signification de son flux, définition à partir de $\vec{E}$ et $\vec{B}$)
  - Bilan d'énergie électromagnétique : identifier les termes dans l'équation locale de Poynting (équation non exigible)

Ondes électromagnétiques dans le vide

- Établir l'équation de d'Alembert pour les champs électrique et magnétique, donner la forme des solutions en 1D
- Décrire la structure d'une onde plane et d'une onde plane progressive dans le vide
- Donner la forme des ondes planes progressives harmoniques (monochromatiques), définir la pulsation/fréquence/période spatiale ou temporelle d'une telle onde et son vecteur d'onde
- Spectre électromagnétique, donner des ordres de grandeur et citer des applications
- Polarisation rectiligne des OPPH électromagnétiques : principe de l'étude, représentation ou identification de polarisations

Partie 2 – Exercices imposés

Exercice 1 — États de polarisation

S'il y a lieu, préciser l'état de polarisation ainsi que la direction de propagation de l'onde électromagnétique dans les cas suivants et faire un schéma :

$$(a)\ \vec{E} = \begin{pmatrix} E_0 \sin(\omega t + ky) \\ 0 \\ E_0 \cos(\omega t + ky) \end{pmatrix} \qquad (c)\ \vec{E} = \begin{pmatrix} E_0 \cos(\omega t - kz) \\ 2E_0 \cos(\omega t - kz) \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$(b)\ \vec{E} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2E_0 \cos(\omega t - kx) \\ -E_0 \cos(\omega t + kx) \end{pmatrix} \qquad (d)\ \vec{E} = \begin{pmatrix} -E_0 \sin(\omega t + ky) \\ 0 \\ -E_0 \cos(2\omega t + ky) \end{pmatrix}$$

Exercice 2 Onde électromagnétique

On donne la représentation complexe du champ électrique d'une onde électromagnétique dans le vide, en coordonnées cartésiennes :

$$\underline{\vec{E}} = E_0 \sin\left(\frac{\pi y}{a}\right) e^{i(kx-\omega t)} \vec{e}_z$$

où k est réel positif.

1. Cette onde est-elle plane ? Progressive ? Quelle est sa polarisation ?
2. Rappeler l'équation de propagation. En déduire une condition pour que l'onde existe.
3. Déterminer le champ magnétique $\underline{\vec{B}}$ associé à cette onde.
4. Montrer que le vecteur de Poynting en représentation réelle s'écrit :

$$\vec{\Pi} = \frac{k}{\mu_0\omega} E_0^2 \sin^2\left(\frac{\pi y}{a}\right) \cos^2(kx-\omega t)\vec{e}_x + \frac{\pi}{2\mu_0\omega a} E_0^2 \sin\left(\frac{2\pi y}{a}\right) \sin(kx-\omega t)\cos(kx-\omega t)\vec{e}_y$$

5. Cette onde transporte-t-elle de l'énergie ? Si oui, dans quelle direction ?

Exercice 3 Onde sphérique

On considére un émetteur isotrope d'ondes électromagnétiques que l'on assimile à une source ponctuelle : il peut s'agir d'un émetteur de radio, d'un satellite, d'une étoile qui rayonne, etc. L'onde émise est sphérique, de la forme en coordonnées sphériques :

$$E(M,t) = E_0(r)\cos(\omega t - kr)\vec{e}_\theta$$

avec $k = \dfrac{\omega}{c}$. Le milieu de propagation est assimilé au vide.

1. Par analogie avec une onde plane, identifier le vecteur d'onde $\vec{k}$ de l'onde sphérique.
2. On admet qu'une telle onde vérifie localement la même relation de structure qu'une onde plane. En déduire l'expression du champ magnétique associé.
3. Exprimer le vecteur de Poynting et sa moyenne temporelle.
4. Exprimer la puissance moyenne $\mathcal{P}$ rayonnée à travers une sphére de rayon r. Justifier par un argument physique que cette puissance est indépendante de r. En déduire que $E_0(r) = A/r$ avec A une constante à déterminer.

Partie 3 – Exercices supplémentaires

Équations de Maxwell

- Manipulation et vérification des équations de Maxwell pour des champs fournis
- Détermination de champs avec les équations de Maxwell
- Bilans énergétiques

Ondes électromagnétiques dans le vide

- Étude d'une onde dont le champ électrique et/ou magnétique associé est donné
- Utilisation de polariseurs
- Bilans énergétiques