Ma liste au père Noël

Semaine 13 (du 14/12 au 18/12)

Questions de cours

Ondes électromagnétiques dans les milieux dispersifs (type plasma)

- Donner les hypothèses du modèle du plasma peu dense, en déduire l'expression de la densité volumique de courant et de la conductivité
- Propagation d'une OPPH dans un plasma peu dense : établir l'équation d'onde puis la relation de dispersion
- Définir la vitesse de phase, la vitesse de groupe, les calculer pour une OPPH dans un plasma peu dense, faire les commentaires qui s'imposent

Ondes électromagnétiques dans les milieux conducteurs

- Donner les hypothèses permettant la modélisation microscopique d'un conducteur
- Établir l'expression de la densité volumique de courant et de la conductivité d'un conducteur
- Établir l'équation de propagation des champs en **régime lentement variable**, puis la relation de dispersion
- Donner la forme des ondes EM dans un conducteur, exprimer l'épaisseur de peau, définir l'effet de peau, cas de la limite du conducteur parfait
- Réfléxion sur un métal conducteur parfait en incidence normale (relations de passage non exigibles) : poser le problème, déterminer l'onde réfléchie puis l'onde résultante, énoncer les propriétés de cette onde
- Onde EM dans une cavité $1D$: exprimer les champs, déterminer les modes possibles, traiter les aspects énergétiques

Lycée Jean Bart Physique-Chimie Colle

Exercices imposés

Exercice 1 Réflexion sur un conducteur parfait

Une onde plane monochromatique harmonique d'amplitude E_0 et de pulsation ω se propage dans le vide suivant le vecteur $\vec{u}_z$. Cette onde est polarisée suivant le vecteur $\vec{u}_x$. On note c la vitesse de la lumière dans le vide.

1. Proposer la forme du champ électrique $\underline{\vec{E}}_i$ de cette onde, en accord avec les hypothèses.

L'onde rencontre en $z = 0$ un plan métallique parfait et l'espace $z > 0$ est occupé par le métal parfait. On rappelle qu'à l'interface avec le conducteur parfait, le champ électrique total doit être normal à la surface et que le champ magnétique doit lui être tangent.

2. Montrer qu'il existe une onde réfléchie. On note $\underline{\vec{E}}_r = \underline{E}_{r0} \exp\left[i(\omega t + kz)\right]\vec{u}_x$ le champ réfléchi. Établir l'expression de $\underline{E}_{r0}$.
3. Déterminer le champ électromagnétique total dans la région $z < 0$. De quel type d'ondes s'agit-il ? Déterminer le vecteur de Poynting moyen associé.

On place en $z = -\ell$ un second plan métallique identique au premier.

4. En introduisant un entier N, préciser les fréquences des ondes qui peuvent s'établir entre les deux plans.
5. Quelle est la densité moyenne d'énergie volumique ? Quelle est l'expression de l'énergie électromagnétique moyenne localisée dans un cylindre de section S de longueur ℓ dont les génératrices sont parallèles à (Oz) ?

Exercice 2 Effet de peau

Le demi-espace $z > 0$ est occupé par un milieu conducteur métallique de conductivité $\gamma = 6 \times 10^7\ \mathrm{S \cdot m^{-1}}$. Le demi-espace $z < 0$ est le vide. Le milieu conducteur est excité par un champ électromagnétique extérieur.

1. Rappeler les relations constitutives d'un métal.
2. Écrire les équations de Maxwell vérifiées par les champs $\vec{B}$ et $\vec{j}$ dans le milieu.
3. Montrer que les courants de déplacements sont négligeables devant les courants de conduction.
4. Déterminer l'équation différentielle vérifiée par $\vec{j}$.

On cherche la densité de courant complexe sous la forme $\underline{\vec{j}} = \underline{j}_0(z)e^{i\omega t}\vec{e}_x$.

5. Déterminer $\underline{j}_0(z)$. On introduira une constante d'intégration J_0.
6. Déterminer alors $\vec{j}$.
7. Quelle est la puissance moyenne dissipée par effet Joule dans un parallélépipède de longueur a selon (Ox), b selon (Oy) et infinie selon (Oz) ?

Exercice 3 Pression de radiation

Une OPPM de polarisation rectiligne se propage dans le vide dans la direction (Ox) dans le sens des x croissants :

$$\underline{\vec{E}}_i = E_0 e^{j(\omega t - kx)} \vec{e}_y$$

où on supposera E_0 réel et positif. En $x = 0$, elle arrive sur la surface plane d'un miroir métallique parfaitement conducteur (on admet que dans un tel conducteur, les champs $\vec{E}$ et $\vec{B}$ sont nuls) et donne naissance à unc onde réfléchie se propageant dans le sens des x décroissants :

$$\underline{\vec{E}}_r = \underline{r} E_0 e^{j(\omega t + kx)} \vec{e}_y$$

1. Déterminer le champ électromagnétique résultant de l'onde incidente et de l'onde réfléchie dans le demi-espace $x < 0$. Caractériser briévement l'onde résultante. Calculer la valeur moyenne de son vecteur de Poynting.

Le champ électromagnétique exerce sur une surface $\mathrm{d}S$ du miroir une force $\mathrm{d}\vec{F}$ dont l'expression est, en notation réelle :

$$\mathrm{d}\vec{F} = \frac{1}{2}\left(\sigma \vec{E} + \vec{j}_S \wedge \vec{B}\right) \mathrm{d}S$$

2. En déduire que l'onde exerce une pression P sur le miroir dont on calculera la valeur moyenne $\langle P \rangle$ en fonction de la densité volumique moyenne d'énergie $\langle u_i \rangle$ de l'onde incidente puis en fonction de la densité volumique moyenne d'énergie totale $\langle u_{\text{totale}} \rangle$ au voisinage immédiat du plan. P est appelée pression de radiation.
3. Calculer $\langle P \rangle$ pour une onde incidente fournie par un laser de puissance moyenne 3 mW dont la section droite est de $0{,}4\,\text{mm}^2$.
4. La Terre se situe a la distance $d = 1{,}5 \times 10^{11}$ m du Soleil, définissant ainsi l'unité astronomique ($1\,\text{UA} = 1{,}5 \times 10^{11}$ m). La puissance surfacique moyenne du rayonnement solaire regu au niveau de la Terre (en haut de l'atmosphère) est donnée par la constante solaire $A_0 = 1{,}36 \times 10^3\,\text{W} \cdot \text{m}^{-2}$. Evaluer la pression de radiation ressentie au niveau de la Terre. Commenter.

On donne les relations de passage :

$$\begin{cases} \vec{E}_2 - \vec{E}_1 = \dfrac{\sigma}{\varepsilon_0} \vec{n}_{1\to 2} \\ \vec{B}_2 - \vec{B}_1 = \mu_0 \vec{j}_S \wedge \vec{n}_{1\to 2} \end{cases}$$

Exercices supplémentaires

Ondes électromagnétiques dans les milieux dispersifs (type plasma)

- Manipulation des équations de Maxwell et de la conservation de la charge
- Détermination d'une densité volumique de courant, d'une conductivité
- Obtention de relations de dispersion, calcul des vitesses de phase et de groupe
- Bilans énergétiques

Ondes électromagnétiques dans les milieux conducteurs

- Calculs de champs EM
- Exploitation du phénomène d'effet de peau
- Ondes stationnaires, cavités
- Guides d'ondes
- Bilans énergétiques