



Ma liste au père Noël

Semaine 13 (du 15/12 au 19/12)

Questions de cours

Ondes électromagnétiques dans les milieux dispersifs (type plasma)

- Donner les hypothèses du modèle du plasma peu dense, en déduire l'expression de la densité volumique de courant et de la conductivité
- Propagation d'une OPPH dans un plasma peu dense : établir l'équation d'onde puis la relation de dispersion
- Définir la vitesse de phase, la vitesse de groupe, les calculer pour une OPPH dans un plasma peu dense, faire les commentaires qui s'imposent

Ondes électromagnétiques dans les milieux conducteurs

- Donner les hypothèses permettant la modélisation microscopique d'un conducteur
- Établir l'expression de la densité volumique de courant et de la conductivité d'un conducteur
- Établir l'équation de propagation des champs en **régime lentement variable**, puis la relation de dispersion
- Donner la forme des ondes EM dans un conducteur, exprimer l'épaisseur de peau, définir l'effet de peau, cas de la limite du conducteur parfait
- Réflexion sur un métal conducteur parfait en incidence normale (relations de passage non exigibles) : poser le problème, déterminer l'onde réfléchie puis l'onde résultante, énoncer les propriétés de cette onde
- Onde EM dans une cavité $1D$: exprimer les champs, déterminer les modes possibles, traiter les aspects énergétiques



Exercices imposés



Exercice 1 Réflexion sur un conducteur parfait

Une onde plane monochromatique harmonique d'amplitude E_0 et de pulsation ω se propage dans le vide suivant le vecteur $\vec{u}_z$. Cette onde est polarisée suivant le vecteur $\vec{u}_x$. On note c la vitesse de la lumière dans le vide.

1. Proposer la forme du champ électrique $\vec{E}_i$ de cette onde, en accord avec les hypothèses.

L'onde rencontre en $z = 0$ un plan métallique parfait et l'espace $z > 0$ est occupé par le métal parfait. On rappelle qu'à l'interface avec le conducteur parfait, le champ électrique total doit être normal à la surface et que le champ magnétique doit lui être tangent.

2. Montrer qu'il existe une onde réfléchi. On note $\vec{E}_r = \underline{E}_{r0} \exp \left[i(\omega t + kz) \right] \vec{u}_x$ le champ réfléchi. Établir l'expression de $\underline{E}_{r0}$.
3. Déterminer le champ électromagnétique total dans la région $z < 0$. De quel type d'ondes s'agit-il ? Déterminer le vecteur de Poynting moyen associé.

On place en $z = -\ell$ un second plan métallique identique au premier.

4. En introduisant un entier N , préciser les fréquences des ondes qui peuvent s'établir entre les deux plans.
5. Quelle est la densité moyenne d'énergie volumique ? Quelle est l'expression de l'énergie électromagnétique moyenne localisée dans un cylindre de section S de longueur ℓ dont les génératrices sont parallèles à (Oz) ?

Exercice 2 Effet de peau

Le demi-espace $z > 0$ est occupé par un milieu conducteur métallique de conductivité $\gamma = 6 \times 10^7 \text{ S} \cdot \text{m}^{-1}$. Le demi-espace $z < 0$ est le vide. Le milieu conducteur est excité par un champ électromagnétique extérieur.

1. Rappeler les relations constitutives d'un métal.
2. Écrire les équations de Maxwell vérifiées par les champs $\vec{B}$ et $\vec{j}$ dans le milieu.
3. Montrer que les courants de déplacements sont négligeables devant les courants de conduction.
4. Déterminer l'équation différentielle vérifiée par $\vec{j}$.

On cherche la densité de courant complexe sous la forme $\vec{j} = \underline{j}_0(z) e^{i\omega t} \vec{e}_x$.

5. Déterminer $\underline{j}_0(z)$. On introduira une constante d'intégration J_0 .
6. Déterminer alors $\vec{j}$.
7. Quelle est la puissance moyenne dissipée par effet Joule dans un parallélépipède de longueur a selon (Ox) , b selon (Oy) et infinie selon (Oz) ?

Exercice 3 Pression de radiation

Une OPPM de polarisation rectiligne se propage dans le vide dans la direction (Ox) dans le sens des x croissants :

$$\vec{E}_i = E_0 e^{j(\omega t - kx)} \vec{e}_y$$

où on supposera E_0 réel et positif. En $x = 0$, elle arrive sur la surface plane d'un miroir métallique parfaitement conducteur (on admet que dans un tel conducteur, les champs $\vec{E}$ et $\vec{B}$ sont nuls) et donne naissance à une onde réfléchie se propageant dans le sens des x décroissants :

$$\vec{E}_r = r E_0 e^{j(\omega t + kx)} \vec{e}_y$$

1. Déterminer le champ électromagnétique résultant de l'onde incidente et de l'onde réfléchie dans le demi-espace $x < 0$. Caractériser brièvement l'onde résultante. Calculer la valeur moyenne de son vecteur de Poynting.
2. Le champ électromagnétique exerce sur une surface dS du miroir une force $d\vec{F}$ dont l'expression est, en notation réelle :

$$d\vec{F} = \frac{1}{2} (\sigma \vec{E} + \vec{j}_S \wedge \vec{B}) dS$$

Proposer une explication de la présence du facteur $1/2$.

3. En déduire que l'onde exerce une pression P sur le miroir dont on calculera la valeur moyenne $\langle P \rangle$ en fonction de la densité volumique moyenne d'énergie $\langle u_i \rangle$ de l'onde incidente puis en fonction de la densité volumique moyenne d'énergie totale $\langle u_{\text{totale}} \rangle$ au voisinage immédiat du plan. P est appelée pression de radiation.
4. Calculer $\langle P \rangle$ pour une onde incidente fournie par un laser de puissance moyenne 3 mW dont la section droite est de $0,4 \text{ mm}^2$.
5. La Terre se situe à la distance $d = 1,5 \times 10^{11} \text{ m}$ du Soleil, définissant ainsi l'unité astronomique ($1 \text{ UA} = 1,5 \times 10^{11} \text{ m}$). La puissance surfacique moyenne du rayonnement solaire regu au niveau de la Terre (en haut de l'atmosphère) est donnée par la constante solaire $A_0 = 1,36 \times 10^3 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$. Evaluer la pression de radiation ressentie au niveau de la Terre. Commenter.

On donne les relations de passage :

$$\begin{cases} \vec{E}_2 - \vec{E}_1 = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \vec{n}_{1 \rightarrow 2} \\ \vec{B}_2 - \vec{B}_1 = \mu_0 \vec{j}_S \wedge \vec{n}_{1 \rightarrow 2} \end{cases}$$



Exercices supplémentaires



Ondes électromagnétiques dans les milieux dispersifs (type plasma)

- Manipulation des équations de Maxwell et de la conservation de la charge
- Détermination d'une densité volumique de courant, d'une conductivité
- Obtention de relations de dispersion, calcul des vitesses de phase et de groupe
- Bilans énergétiques

Ondes électromagnétiques dans les milieux conducteurs

- Calculs de champs EM
- Exploitation du phénomène d'effet de peau
- Ondes stationnaires, cavités
- Guides d'ondes
- Bilans énergétiques

