

DS 5* (2 heures)

Électromagnétisme

La plus grande importance sera apportée au soin de la copie ainsi qu'à la clarté des raisonnements. Les résultats doivent être **encadrés**. La calculatrice est autorisée.

Exercice 1 : Étude de la couronne solaire (d'après Centrale MP 2018)

L'essentiel du rayonnement visible du Soleil provient de sa photosphère, que l'on désignera par *surface solaire*. Elle est entourée d'une fine couche appelée chromosphère, puis de la couronne, laquelle est observable en particulier lors des éclipses. La figure ci-contre (photographie de Luc Viatour <https://lucnix.be>) montre la couronne solaire observée en France lors de l'éclipse totale de 1999. La Lune, qui masque le Soleil, a un diamètre apparent presque identique à celui du Soleil.

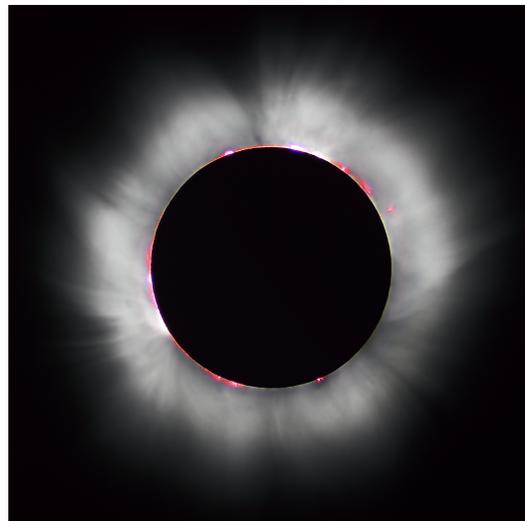


FIGURE 1 – Eclipse solaire

La couronne est un milieu fortement variable et inhomogène. Sa structure est profondément influencée par le champ magnétique solaire. Dans tout ce problème, on ignore ces aspects et on étudie, sauf mention contraire, une *couronne moyenne*, idéalisée et à symétrie sphérique. On commence par estimer son contenu électronique dans la partie 1). Le rayonnement radio qui provient du Soleil nous renseigne sur des propriétés physiques des régions d'émission que l'on étudie dans la partie 2).

Les données numériques sont regroupées en fin d'énoncé.

1) Densité volumique d'électrons dans la couronne solaire

Lors d'une éclipse solaire (FIGURE 1), on peut observer la couronne en lumière blanche. Près du limbe solaire, cette lumière provient du rayonnement émis à la surface solaire et diffusé par les électrons libres de la couronne.

1)A Intensité d'une onde plane progressive harmonique

Dans le domaine visible, la couronne est quasiment transparente et la structure d'une onde électromagnétique qui s'y propage est identique à celle dans le vide. On considère une onde plane progressive harmonique de pulsation ω et de vecteur d'onde $\vec{k} = k\vec{u}_z$. Son champ électrique est noté $\vec{E}(M, t)$.

- Q.1** Rappeler, sans démonstration, les propriétés du champ électromagnétique de cette onde, ainsi que la relation de dispersion.
- Q.2** Déterminer son vecteur de Poynting en fonction de ε_0 , c et du champ électrique.
- Q.3** En déduire l'intensité I , c'est-à-dire la puissance surfacique moyenne traversant une surface orthogonale à \vec{u}_z .

1)B Diffusion par les électrons de la couronne K

On considère un électron de masse m_e et de charge $-e$ placé dans le champ électromagnétique de l'onde.

Q.4 À quelle condition peut-on négliger l'effet du champ magnétique de l'onde ? Justifier, en s'appuyant sur un ordre de grandeur, que cette condition est vérifiée.

Q.5 À quelle condition peut-on se rapporter à l'étude d'un mouvement de particule chargée dans un champ électrique uniforme et à variation temporelle harmonique ? Justifier que cette condition est ici vérifiée.

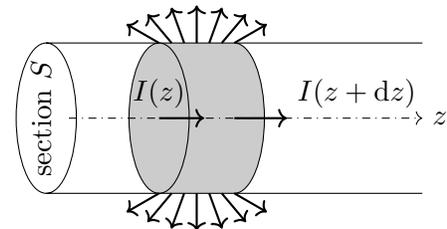
On note $\langle P \rangle$ la puissance moyenne rayonnée par l'électron et on définit la section efficace de diffusion par $\sigma = \langle P \rangle / I$. On précise qu'un électron non relativiste de charge $-e$ et d'accélération a rayonne une puissance instantanée $P = \frac{e^2 a^2}{6\pi\epsilon_0 c^3}$.

Q.6 Vérifier que σ a la dimension d'une section. Déterminer son expression, puis sa valeur numérique.

Dans la suite, on retiendra $\sigma = 6,65 \times 10^{-29} \text{SI}$.

1)C Contenu électronique de la couronne

Une colonne cylindrique d'axe (Oz) , de base d'aire S et de hauteur h contient $n_e(z)$ électrons libres par unité de volume. Chaque électron diffuse le rayonnement incident dans toutes les directions. Le rayonnement selon (Oz) a une intensité $I(z)$ (voir figure ci-contre).



Q.7 Montrer que l'intensité à la sortie de cette colonne en $z = h$ a pour expression $I(h) = \exp(-N\sigma)I(0)$ où $N = \int_0^h n_e(z) dz$ est le contenu électronique.

Q.8 En déduire, dans le cas où $N\sigma \ll 1$, une expression approchée de la fraction f de la puissance incidente qui est diffusée par les électrons sur l'ensemble de la colonne.

Q.9 La partie de la couronne solaire observable sur la FIGURE 1, comprise entre la surface solaire et l'altitude $0,6R_s$ par rapport à cette surface, diffuse une fraction $f \approx 10^{-6}$ de la puissance rayonnée par le Soleil dans le domaine visible. Évaluer la densité volumique moyenne \bar{n}_e d'électrons libres.

2) Rayonnement radio de la couronne solaire

Le Soleil émet un rayonnement radioélectrique sur un large spectre. Ce rayonnement résulte de processus thermiques et non thermiques. On s'intéresse au deuxième cas.

2)A Propagation dans un plasma

On considère un plasma d'hydrogène totalement ionisé, localement neutre et dont la densité volumique d'électrons est n_e . Un électron a une masse m_e et une charge $-e$. Dans ce plasma, on étudie une onde électromagnétique plane harmonique de pulsation ω .

Q.10 Rappeler brièvement les hypothèses et les approximations qui permettent d'établir l'expression

$$\underline{\sigma}(\omega) = \frac{n_e e^2}{i m_e \omega}$$

de la conductivité complexe du plasma en fonction de la pulsation.

Q.11 Établir la relation de dispersion dans le plasma.

Q.12 À quelle condition une onde plane progressive harmonique peut-elle se propager dans ce milieu ? Quelle est la nature de l'onde dans le cas contraire ?

2)B Oscillations plasma

Le milieu n'est plus supposé localement neutre. On néglige le mouvement des protons, de densité volumique n_0 . Les électrons, de densité volumique $n_e(x, t)$, ont une vitesse $\vec{v}_e(x, t) = v_e(x, t)\vec{u}_x$. Par ailleurs, le champ électrique a pour expression $\vec{E}(x, t) = E(x, t)\vec{u}_x$. On note $\rho(x, t)$ la densité volumique de charge et $\vec{j}(x, t)$ le vecteur densité de courant.

Q.13 Donner l'expression de $\rho(x, t)$ en fonction de $n_e(x, t)$, n_0 et de la charge élémentaire e .

Q.14 En s'appuyant sur l'équation locale de conservation de la charge, montrer que $\frac{\partial n_e}{\partial t} + \frac{\partial(n_e v_e)}{\partial x} = 0$.

On supposera dans la suite que l'on peut retenir $\frac{\partial(n_e v_e)}{\partial x} \approx n_0 \frac{\partial v_e}{\partial x}$, d'où l'équation : $\frac{\partial n_e}{\partial t} + n_0 \frac{\partial v_e}{\partial x} = 0$.

Q.15 Justifier l'équation $\frac{\partial E}{\partial x} = \frac{e}{\varepsilon_0} (n_0 - n_e(x, t))$.

Q.16 Écrire l'équation permettant de décrire le mouvement d'un électron sous l'effet du champ électrique. On admettra que, dans une approximation linéaire, on peut retenir $\frac{dv_e}{dt} \approx \frac{\partial v_e}{\partial t}$.

On cherche des solutions des équations précédentes sous la forme d'ondes planes progressives harmoniques. On adopte des notations complexes et on pose : $\underline{n}_e(x, t) = n_0 + N \exp[i(\omega t - kx)]$, $\underline{v}_e(x, t) = V \exp[i(\omega t - kx)]$ et $\underline{E}(x, t) = E_0 \exp[i(\omega t - kx)]$.

Q.17 Montrer que la pulsation est nécessairement égale à la pulsation plasma $\omega_p = \sqrt{\frac{n_0 e^2}{m_e \varepsilon_0}}$.

2)C Sursaut radio

Q.18 La relaxation des ondes précédentes s'accompagne d'un rayonnement à la même pulsation. Évaluer la fréquence correspondante si les *oscillations plasma* se produisent dans la basse couronne solaire ($n_0 = 1 \times 10^{14} \text{ m}^{-3}$).

Q.19 Ce rayonnement peut-il atteindre l'atmosphère terrestre ? La traverser ?

On observe des *sursauts radio* du Soleil. Ils correspondent à des émissions transitoires sur un large spectre du domaine radio, mais dont l'intensité spectrale présente un maximum à une fréquence qui évolue au cours du temps. Ainsi, dans le cas d'un sursaut "de type III", cette fréquence dérive de 120 MHz à 75 MHz en une seconde. On attribue ce sursaut à des particules chargées qui traversent la couronne des couches les plus basses vers les plus hautes et qui excitent, sur leur passage, les ondes étudiées dans la sous-partie 2)B.

Q.20 En considérant une densité volumique d'électrons $n_e(r) = N_1 \exp\left(b \frac{R_s}{r}\right)$, où r désigne la distance au centre du Soleil, $N_1 = 4 \times 10^{10} \text{ m}^{-3}$ et $b \approx 10$, évaluer la vitesse des particules "perturbatrices". Commenter la valeur obtenue.

Données numériques

Constantes

Constante de Planck	$h = 6,626 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$
Constante des gaz parfaits	$R = 8,314 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$
Constante de Boltzmann	$k_B = 1,381 \times 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$
Constante d'Avogadro	$\mathcal{N}_A = 6,02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
Célérité de la lumière dans le vide	$c = 299\,792\,458 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$
Constante de la gravitation universelle	$G = 6,674\,08 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$
Perméabilité magnétique du vide	$\mu_0 = 4\pi 10^{-7} \text{ H} \cdot \text{m}^{-1}$
Permittivité diélectrique du vide	$\varepsilon_0 = 8,854 \times 10^{-12} \text{ F} \cdot \text{m}^{-1}$

Soleil

Rayon	$R_s = 6,96 \times 10^8 \text{ m}$
Masse	$M_s = 1,99 \times 10^{30} \text{ kg}$
Champ de pesanteur à la surface solaire	$g_s = 274 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$

Données diverses

Électron-volt	$1 \text{ eV} = 1,602 \times 10^{-19} \text{ J}$
Masse du proton	$m_p = 1,673 \times 10^{-27} \text{ kg}$
Masse de l'électron	$m_e = 9,109 \times 10^{-31} \text{ kg}$
Charge de l'électron	$-e = -1,602 \times 10^{-19} \text{ C}$
Énergie de l'atome d'hydrogène à l'état fondamental	$-13,6 \text{ eV}$

• • • FIN • • •