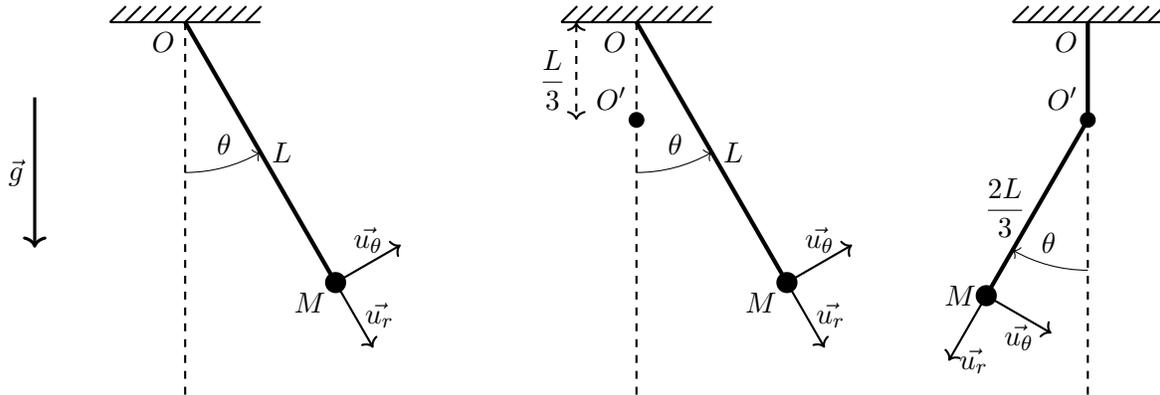


## DM 10

### *Mécanique, optique ondulatoire*

#### Exercice 1 : Pendule simple modifié

On considère un pendule simple modélisé par une masse  $M$  de masse  $m$  accrochée à un fil de longueur  $L$  constante et de masse négligeable. L'autre extrémité du fil est fixe en  $O$ . Le référentiel du laboratoire est considéré galiléen. On néglige les frottements.



À la date  $t = 0$ , on lâche le pendule de la position  $\theta_0$  sans vitesse initiale.

**Données :**  $L = 50,0 \text{ cm}$ ,  $m = 100 \text{ g}$ ,  $g = 9,80 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ .

#### 1) Étude du pendule simple (figure de gauche)

**Q.1** Définir le système étudié et faire un bilan des forces. Les représenter sur le schéma.

**Q.2** Par une méthode de votre choix, établir l'équation différentielle vérifiée par l'angle  $\theta$ .

**Q.3** Rappeler l'hypothèse des petits angles. Que devient l'équation différentielle de la question précédente avec cette hypothèse? La Résoudre.

**Q.4** Exprimer la pulsation  $\omega$  et la période  $T$  du mouvement dans l'hypothèse des petits angles en fonction des constantes du problème et faire les applications numériques.

#### 2) Étude du pendule modifié

On modifie l'expérience précédente en ajoutant un clou en  $O'$  à la verticale du point  $O$ , tel que  $OO' = L/3$  (figures de droite). Lorsque  $\theta > 0$ , tout se passe comme dans la première partie. Lorsque  $\theta < 0$  en revanche, le système se comporte comme un pendule simple de centre  $O'$  et de longueur de fil  $2L/3$ . On repère toujours la position du pendule par l'angle qu'il fait avec la verticale.

À la date  $t = 0$ , on lâche le pendule de la position  $\theta_0$  sans vitesse initiale. On note  $t_1$  l'instant où le fil touche le clou pour la première fois. On note également  $t_2$  l'instant où la masse atteint son maximum d'altitude pour  $\theta < 0$ . L'intervalle  $[0, t_1[$  est appelé la première phase du mouvement et l'intervalle  $]t_1, t_2]$  est appelé deuxième phase.

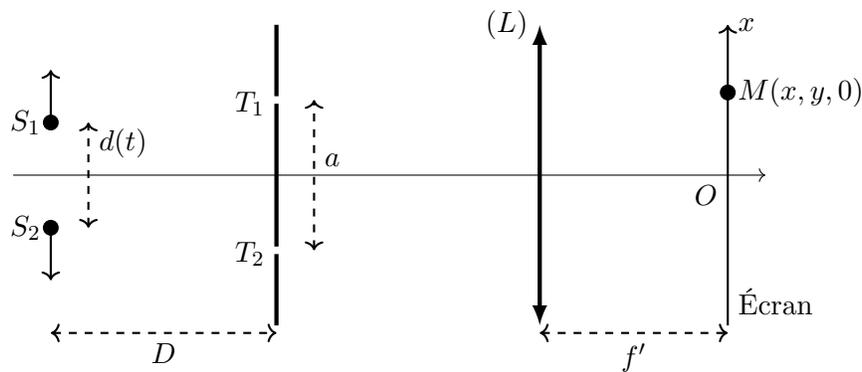
**Q.5** Donner l'expression de  $t_1$  en fonction de la période  $T$  du mouvement puis en fonction des constantes du problème. Faire l'application numérique.

**Q.6** Déterminer l'expression de l'énergie mécanique du point  $M$  pour un angle  $\theta$ . Comment évolue cette énergie mécanique?

- Q.7** Exprimer la vitesse  $v_1^-$  du point  $M$  à l'instant  $t_1^-$  en fonction de  $g$ ,  $L$  et  $\theta_0$ . En déduire la vitesse angulaire  $\dot{\theta}_1^-$  à ce même instant.
- Q.8** On suppose que le blocage du fil par le clou ne modifie pas l'énergie mécanique du point  $M$ . Déterminer alors la vitesse  $v_1^+$  du point  $M$  à l'instant  $t_1^+$  et en déduire la vitesse angulaire  $\dot{\theta}_1^+$ .
- Q.9** Trouver l'expression de  $\theta_2$  en fonction de  $\theta_0$ .
- Q.10** Que vaut la période du mouvement lors de la phase  $\theta < 0$ ? En déduire la durée de la deuxième phase (entre  $t_1$  et  $t_2$ ).
- Q.11** Grâce aux questions 4 et 10, déterminer l'expression de la période  $T'$  du pendule modifié.

## Exercice 2 : Trous d'Young avec sources en mouvement

On considère le dispositif des trous d'Young avec une observation de la figure d'interférences dans le plan focal image d'une lentille mince convergente ( $L$ ) de distance focale image  $f'$ . Le dispositif est éclairé par deux sources ponctuelles  $S_1$  et  $S_2$  de même intensité, monochromatiques de même longueur d'onde  $\lambda$  et qui se déplacent à une vitesse constante  $v$  symétriquement par rapport à l'axe ( $Oz$ ), selon l'axe ( $Ox$ ).



- Q.1** On considère la source  $S_1$  seule dans un premier temps, supposée à la distance  $d/2$  de ( $Oz$ )
- Dessiner deux rayons lumineux passant par  $T_1$  et  $T_2$  qui viennent se superposer en un point  $M(x, y, 0)$  du plan focal image de ( $L$ ).
  - Calculer la différence de marche  $\delta(M)$  entre ces deux rayons : un raisonnement précis est attendu. On exprimera  $\delta(M)$  en fonction de  $x$ ,  $f'$ ,  $a$ ,  $D$  et  $d$  et on supposera que  $|x| \ll f$  et  $|y| \ll f$ .
  - Dans le cas particulier où  $D \gg a$  et  $D \gg d$ , donner l'expression approchée de  $\delta(M)$ . On gardera cette approximation pour la suite.
- Q.2** On considère à présent les deux sources  $S_1$  et  $S_2$  en mouvement à la vitesse constante  $v$  et on supposera qu'à  $t = 0$ ,  $d(0) = 0$ .
- Donner l'expression de l'intensité lumineuse  $I(M)$  résultante dans le plan focal image de ( $L$ ), en la mettant sous la forme :
 
$$I(M) = 4I_0 \left[ 1 + V(t) \cos \left( \frac{2\pi a x}{\lambda f'} \right) \right]$$
 en précisant l'expression du facteur  $V(t)$  en fonction du temps et des constantes.
  - Calculer la périodicité temporelle  $T$  du brouillage des franges.
  - Sachant que la persistance rétinienne est de l'ordre du dixième de seconde, estimer la vitesse maximale  $v_{max}$  des sources pour que le phénomène soit visible à l'œil.