

DS 7 (4 heures) Chimie, Optique

La plus grande importance sera apportée au soin de la copie ainsi qu'à la clarté des raisonnements. Les résultats doivent être **encadrés**. La calculatrice est autorisée.

Exercice 1 : Caractéristiques d'une lame de verre (CCP MP 2015)

Rappel des relations de conjugaison pour une lentille mince (\mathcal{L}) de centre O, de foyer objet F , de foyer image F' et de distance focale image f' donnant d'un objet AB une image $A'B'$:

- Représentation $A \xrightarrow{(\mathcal{L})} A'$
- Relation de Descartes $\frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{f'}$
- Relation de Newton $\overline{F'A'} \cdot \overline{FA} = -f'^2$
- Relations de grandissement $\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{F'A'}}{\overline{F'O}} = \frac{\overline{FO}}{\overline{FA}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$

L'objectif est de déterminer les caractéristiques d'une lamelle d'épaisseur e et d'indice n par deux méthodes. Ce problème comporte cinq parties. La première partie aborde l'étude de la lame de verre. Les deuxième, troisième et quatrième parties cherchent à déterminer n et e par une méthode d'optique géométrique. La cinquième partie traite d'une méthode interférentielle.

I lame de verre

Une lame transparente est caractérisée par son épaisseur e et l'indice n du milieu qui la compose. On cherche à caractériser ce dioptré dans le cadre de l'optique géométrique.

- Q.1** Donner un ordre de grandeur de l'indice du verre.
- Q.2** Rappeler les relations de Snell-Descartes à la réfraction.
- Q.3** Effectuer un rapide tracé de rayon sur la figure A1 (document réponse) afin de trouver graphiquement la position de A' , image de A par la lame.
- Q.4** Effectuer, de même, un rapide tracé de rayon sur la figure A2 (document réponse) avec un point objet A virtuel.
- Q.5** Montrer, par des considérations géométriques, que la relation de conjugaison qui relie A et A' est donnée dans les conditions de Gauss par :

$$\overline{AA'} = e \left(1 - \frac{1}{n} \right)$$

II Viseur

On étudie un viseur à frontale fixe (FIGURE 1) constitué par :

- Un objectif \mathcal{L}_2 de centre O_2 et de distance focale $f'_2 = 50$ mm
- Un réticule gradué R_{oc}
- Un oculaire \mathcal{L}_1 de centre O_1 et de distance focale $f'_1 = 50$ mm

On règle la lunette afin d'avoir, pour l'objectif, un grandissement transversal $\gamma_{ob} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = -2$. On cherche de plus à ce que l'image $A'B'$ de l'objet AB soit dans le plan du réticule et que celle-ci soit vue nette à travers l'oculaire sans accommoder.

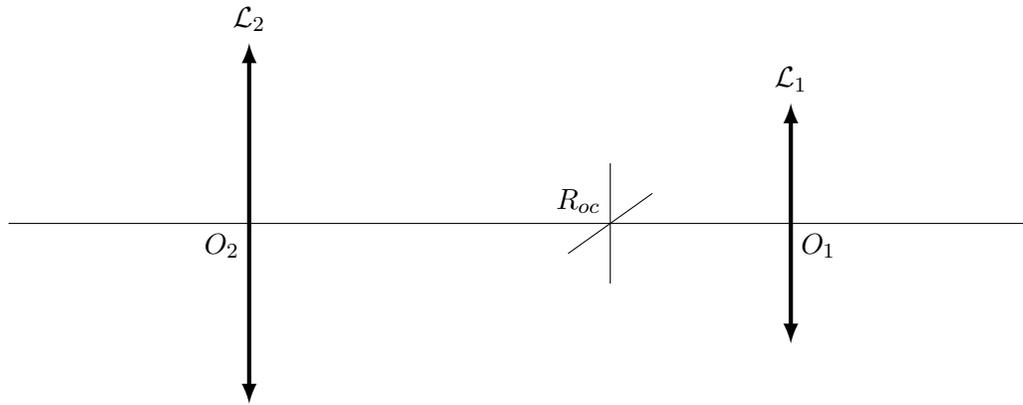


FIGURE 1 – Viseur à frontale fixe

- Q.6** Comment règle-t-on l'oculaire par rapport au réticule ?
- Q.7** Préciser la position $\overline{F_2A}$ de l'objet visé par rapport à l'objectif en fonction de γ_{ob} et f'_2 . On utilisera l'une des relations de grandissement donnée. Faire l'application numérique.
- Q.8** Déterminer l'encombrement $\overline{O_2O_1}$ de la lunette en fonction de f'_1 , f'_2 et γ_{ob} . Effectuer l'application numérique.
- Q.9** Valider vos résultats par un tracé de rayons (justifiés) sur la figure B (document réponse). Compléter la figure avec la présence du réticule R_{oc} et de la lentille \mathcal{L}_1 .
- Q.10** Citer une application de ce type de viseur.

III Description du dispositif expérimental

On complète le dispositif de lunette à frontale fixe précédent par :

- un miroir plan \mathcal{M}_0 centré sur M_0 et orthogonal à l'axe optique
- une lame semi-réfléchissante \mathcal{S} centrée sur O_S et inclinée de 45° avec $\overline{O_2O_S} = 50$ mm
- un miroir plan \mathcal{M}_i centré sur M_i et incliné de 45° par rapport à l'axe optique avec $\overline{M_iO_S} = 100$ mm
- une lentille convergente \mathcal{L}_3 de distance focale $f'_3 = 150$ mm
- un objet constitué d'un réticule mobile R dont la position est mesurable.

L'ensemble $\{\mathcal{L}_2; \mathcal{L}_3\}$ forme un système afocal (cf FIGURE 2).

- Q.11** Tracer symboliquement sur la figure C (document réponse) le trajet de la lumière issue de R et émergent de l'oculaire.
- Q.12** L'association de la lentille \mathcal{L}_2 avec la lame semi réfléchissante \mathcal{S} , le miroir \mathcal{M}_i et la lentille \mathcal{L}_3 forme un système afocal. Définir la notion de système afocal. Quelle doit être la distance $\overline{M_iO_3}$ en fonction de f'_3 , f'_2 , $\overline{O_2O_S}$ et $\overline{M_iO_S}$ afin de réaliser cette condition ? Faire l'application numérique.
- Q.13** On note R' l'image de R par l'ensemble du système additionnel constitué par l'enchaînement de \mathcal{L}_3 , \mathcal{M}_i , \mathcal{S} et \mathcal{L}_2 . Établir, en fonction de f'_2 et f'_3 , la relation liant la position $\overline{F'_3R}$ de l'objet R par rapport au foyer image de \mathcal{L}_3 à celle de son image R' donnée par $\overline{F_2R'}$. On prendra garde à l'algébrisation de l'axe optique et au sens effectif de propagation de la lumière.
- Q.14** On place l'objet R tel que $\overline{O_3R} = 150$ mm, comme sur la FIGURE 2. Où se trouve son image $\overline{O_2R'}$ par le système $\{\mathcal{L}_3, \mathcal{M}_i, \mathcal{S}, \mathcal{L}_2\}$?

Q.15 Quel est le grandissement transversal ?

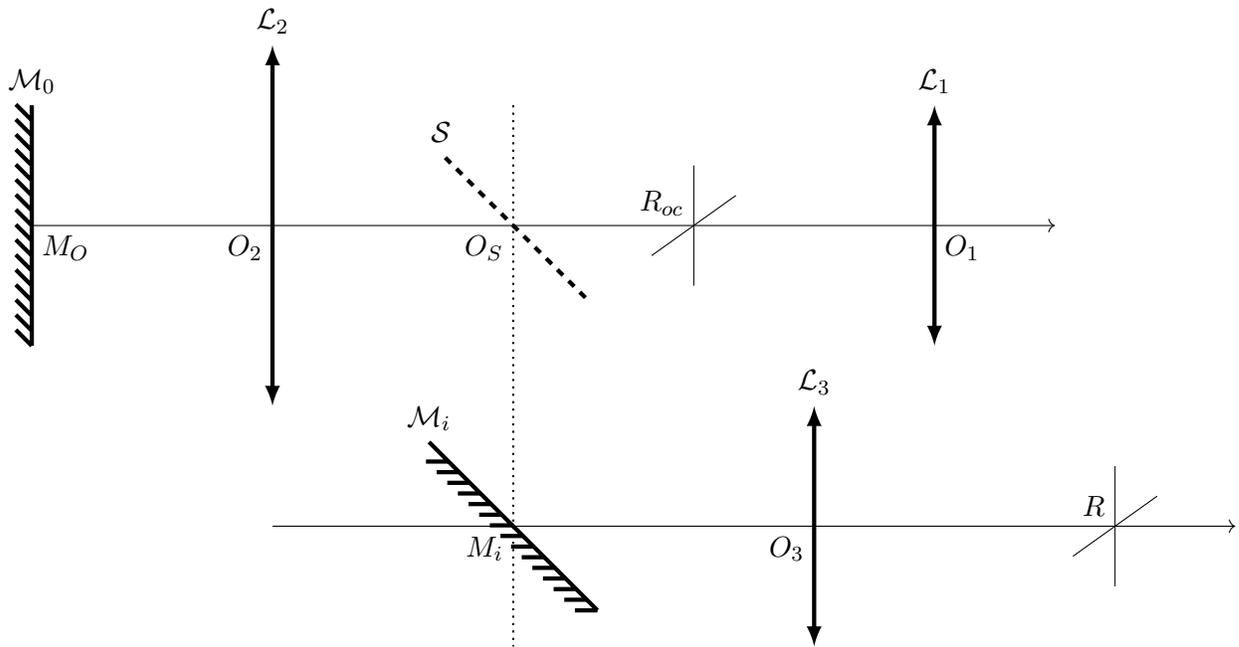


FIGURE 2 – Schéma du dispositif expérimental

On utilise une méthode d'autocollimation à l'aide du miroir plan \mathcal{M}_0 , placé devant l'objectif à la distance $\overline{O_2\mathcal{M}_0} = \overline{O_2F_2} = -50$ mm.

Attention : la lunette est réglée en frontale fixe comme dans la deuxième partie avec $\gamma_{ob} = -2$.

On éclaire le réticule R pour que son image R' par le système optique $\{\mathcal{L}_3, \mathcal{M}_i, \mathcal{S}, \mathcal{L}_2\}$ soit bien visible. R' sert alors d'objet au système $\{\mathcal{M}_0, \text{lunette de visée}\}$ et donne une image R'' que l'on désire superposer à R_{oc} . Dans ce cas, on observe à travers l'oculaire l'image nette des 2 réticules R_{oc} et R'' .

Q.16 Déterminer la position particulière $d_0 = \overline{F'_3R}$ du réticule R telle que R_{oc} et R'' se superposent. Exprimer ce résultat en fonction de γ_{ob} , f'_2 et f'_3 .

Q.17 On éloigne le miroir \mathcal{M}_0 de l'objectif d'une distance e . Sa nouvelle position notée \mathcal{M}_{01} est telle que $\overline{O_2\mathcal{M}_{01}} = \overline{O_2F_2} - e$. Afin de préserver une image nette à travers l'oculaire, on doit déplacer d'une valeur ε_1 le réticule R telle que sa nouvelle position soit $d_1 = \overline{F'_3R} = d_0 + \varepsilon_1$. Déterminer le déplacement ε_1 en fonction de e , f'_2 et f'_3 .

Q.18 Quel est l'intérêt du système étudié ?

Q.19 Que dire du rapport entre les échelles sur les deux réticules ?

IV Application à la caractérisation d'une lame

Le miroir \mathcal{M}_0 et le réticule R sont initialement placés de telle sorte que $\overline{O_2\mathcal{M}_0} = \overline{O_2F_2} = -50$ mm et $d_0 = \overline{F'_3R}$. De par le retour inverse de la lumière, on pose :

$$R_{oc} \xrightarrow{(\mathcal{L}_2)} A_1 \xrightarrow{(\mathcal{M}_0)} A_2 \xrightarrow{(\mathcal{L}_2)} A_3 \xrightarrow{(\mathcal{S})} A_4 \xrightarrow{(\mathcal{M}_i)} A_5 \xrightarrow{(\mathcal{L}_3)} R$$

On intercale la lame d'indice n et d'épaisseur e entre le miroir \mathcal{M}_0 et l'objectif \mathcal{L}_2 . Il faut alors déplacer le réticule R vers une position d_2 , telle que $d_2 = \overline{F'_3R} = d_0 + \varepsilon_2$ pour retrouver une image nette.

Q.20 La position de la lame a-t-elle une influence ?

Q.21 Exprimer ε_2 fonction de e , n , f'_2 et f'_3 .

Q.22 On donne $e = 0,1$ mm et on mesure $\varepsilon_2 = -0,6$ mm. Quel est l'indice n de la lame ?

V Approche interférentielle

On désire retrouver ces résultats par une méthode interférentielle. Dans un système interférentiel à deux ondes, on provoque un déphasage entre les ondes parcourant les deux voies de l'interféromètre. Ce déphasage est fonction de la différence de marche δ et de la longueur d'onde λ .

Lorsque l'intensité lumineuse varie en faisant varier λ , on parle de **cannelures** et en faisant varier δ , on parle de **franges**.

Un faisceau de lumière éclaire la lame précédente sous une incidence i quasi-constante et proche de 45° (voir FIGURE 3).

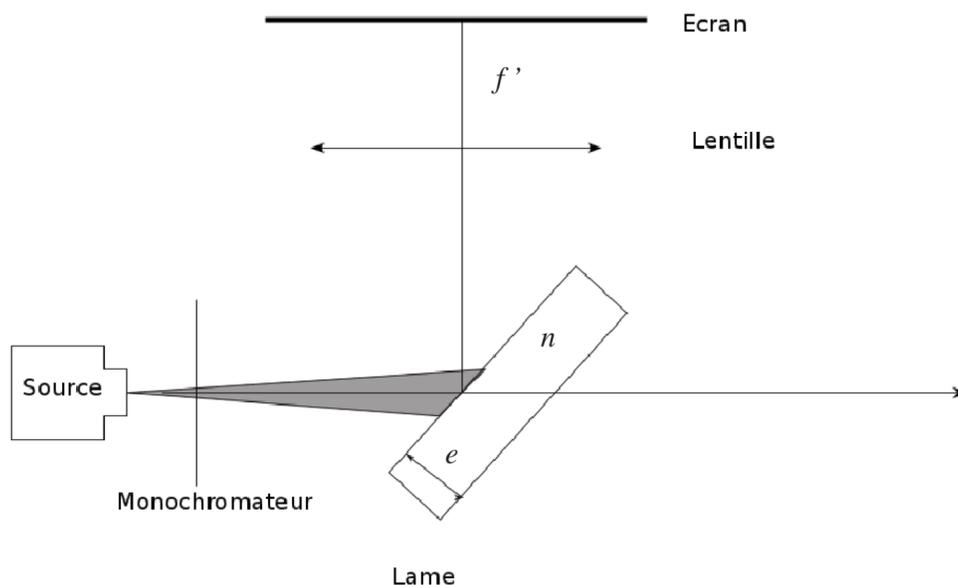


FIGURE 3 – Caractérisation de la lame par mesure interférentielle

Q.23 Mettre en évidence sur les figures D1 (lame d'air) et D2 (lame de verre) du document réponse, la différence de marche géométrique entre les deux rayons issus d'un même rayon d'incidence i et qui interfèrent sur l'écran.

Q.24 Déterminer la différence de marche géométrique δ_{geo} pour la lame d'air en fonction de n , e et de l'angle d'incidence i .

Q.25 Dans le cas d'une lame de verre, on obtient en considérant les différentes réflexions, une différence de marche totale :

$$\delta = \frac{\lambda}{2} + 2e\sqrt{n^2 - \sin^2 i}$$

Analyser ce résultat pour $n = 1$ et commenter le facteur $\frac{\lambda}{2}$.

Q.26 Donner l'expression de l'éclairement (formule de Fresnel) pour des interférences à deux ondes cohérentes de même amplitude, en justifiant le cadre de son application. À quelles conditions les interférences sont-elles constructives ?

Première expérience : On se place à la longueur d'onde constante $\lambda = 532 \text{ nm}$ et on observe dans le plan focal image de la lentille dont la distance focale image est $f' = 1 \text{ m}$.

Q.27 Quelle est l'allure de la figure d'interférence ? Justifier votre réponse.

Q.28 L'angle d'incidence étant proche de 45° , on pose $i = \frac{\pi}{4} + \alpha$ avec $\alpha \rightarrow 0$. En différenciant l'expression de la différence de marche donnée ci-dessus pour $\lambda = cste$, déterminer l'expression de la variation élémentaire $d\delta$ de la différence de marche, en fonction de e , n et de la variation élémentaire $d\alpha$.

Q.29 Rappeler ce que représente l'interfrange.

Q.30 Montrer que l'interfrange moyen Δx vérifie la relation $-\frac{2e}{f'} \frac{\Delta x}{\sqrt{n^2 - 0,5}} = \lambda$.

Q.31 En exploitant au mieux la figure E (document réponse) exprimer une première relation entre e et n .

Deuxième expérience : On se place maintenant à incidence constante $i_0 = 45^\circ$ et on fait varier λ à l'aide du monochromateur. On relève alors un spectre cannelé. Les longueurs d'onde éteintes sont notées λ_p .

Q.32 Établir la relation : $2e\sqrt{n^2 - 0,5} = \frac{\lambda_1 \lambda_p}{\lambda_p - \lambda_1}(p - 1)$, λ_1 et λ_p étant respectivement les longueurs d'onde correspondant à la première et à la p -ième cannelure.

Q.33 En exploitant au mieux la figure F (document réponse), trouver une seconde relation entre n et e .

Q.34 Comment peut-on en déduire e et n ? Aucun calcul n'est demandé.

Exercice 2 : Métallurgie au lithium

Ce problème vise à commenter et approfondir le contenu d'un article scientifique concernant le lithium et sa métallurgie.

I Généralités

Document 1 : Extrait de l'article

« Le lithium a été découvert en 1817 par Johann August Arfvedson dans un silicate d'aluminium naturel : la pétalite. Jöns Jacob Berzelius donna au nouvel élément le nom de lithium (du grec lithos = pierre) pour rappeler son origine minérale.[...] Le développement de nouvelles applications du lithium dans les années 1970 à 1975 a relancé les exploitations minières en Australie, au Canada, au Zimbabwe et en Chine. [...]

Les propriétés atomiques du lithium sont les suivantes :

- rayon métallique, 155 pm ;
- rayon ionique de Li^+ , 60 pm.

L'énergie d'ionisation du lithium (5,39 eV) est plus élevée que celles des autres métaux de sa colonne et son potentiel d'oxydoréduction est relativement bas (-3,02 V) [...]

Les propriétés physiques du métal sont les suivantes :

- masse atomique, $6,951 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$;
- masse volumique, $0,53 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$;
- température de fusion, $180 \text{ }^\circ\text{C}$;
- température d'ébullition, $1336 \text{ }^\circ\text{C}$.

Il existe deux isotopes stables du lithium, ${}^6_3\text{Li}$ et ${}^7_3\text{Li}$. [...] Le lithium métallique réagit peu avec l'eau. »

Q.1 Rappeler les règles générales permettant d'établir la configuration électronique d'un atome dans l'état fondamental et les appliquer à l'atome de lithium. À quelle famille chimique appartient-il ?

Q.2 Justifier que « l'énergie d'ionisation du lithium (5,39 eV) est plus élevée que celles des autres métaux de sa colonne ».

Q.3 Quelle application du lithium tire profit du fait que « son potentiel d'oxydoréduction est relativement bas » ?

Q.4 Déterminer l'abondance relative des deux isotopes du lithium (on négligera la présence d'autres isotopes).

Le lithium métallique cristallise dans une maille cubique centrée (les atomes de lithium occupent les sommets d'un cube et son centre).

Q.5 Représenter la maille du lithium, déterminer le nombre d'atomes par maille ainsi que la coordinence du lithium dans la maille, après avoir défini cette notion.

Q.6 Déterminer la valeur du paramètre de la maille.

Le lithium réagit avec l'eau en milieu acide pour donner des ions lithium.

Q.7 Écrire l'équation notée (1) de la réaction du lithium avec l'eau en milieu acide en prenant un coefficient stœchiométrique de 1 pour le lithium.

Q.8 Évaluer la constante d'équilibre de la réaction (1). La réaction est-elle attendue totale ?

Q.9 Proposer une interprétation de l'assertion « Le lithium réagit peu avec l'eau ».

Q.10 Donner l'allure des courbes courant-potentiel permettant de décrire les caractéristiques de la réaction (1).

II Élaboration du lithium à partir du minerai : électrolyse

Document 2 : Extrait des « Techniques de l'ingénieur »

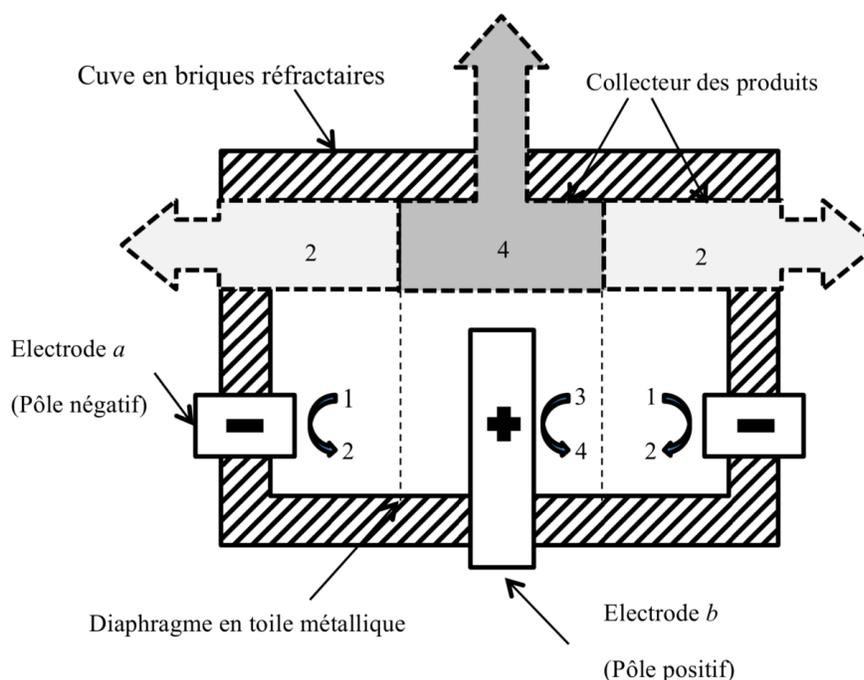
« Le lithium métal est obtenu par électrolyse ignée de son chlorure. [...] L'électrolyse s'effectue dans une cellule de type Down comparable à la cellule produisant le sodium. Cette cellule comprend :

- une cuve en acier revêtue entièrement de briques réfractaires et calorifugées ;
- quatre anodes en graphite dont une seule est représentée sur le schéma ;
- une cathode annulaire entourant les anodes ;
- quatre diaphragmes en toile métallique situés entre les électrodes pour empêcher la recombinaison entre le lithium et le dichlore ;
- un collecteur, une sorte de cloche portant les diaphragmes, placé au dessus des anodes, qui recueille séparément le lithium et le dichlore.

Le chlorure de lithium est alimenté en continu dans la cellule ; le débit est réglé de sorte que le niveau reste constant. [...]

Dans les cellules les plus récentes, les conditions d'électrolyse sont les suivantes : pour une densité de courant de 6 à 7 $\text{kA} \cdot \text{m}^{-2}$, la tension est de l'ordre de 6 à 7,5 V. [...] Une cellule d'électrolyse produit 275 kg de lithium et 1400 kg de dichlore par jour et la consommation électrique est de 30 à 35 $\text{kW} \cdot \text{h} \cdot \text{kg}^{-1}$ de lithium produit. »

Schéma simplifié de l'électrolyseur :



En complément d'information, une électrolyse ignée signifie que le chlorure de lithium est électrolysé sous forme de sel fondu, la température d'électrolyse étant comprise entre 400 et 460 °C. Le lithium métal est également obtenu à l'état liquide. Le milieu dans l'électrolyseur est parfaitement anhydre. On considérera le chlorure de lithium comme étant totalement dissocié (Li^+ , Cl^-) à la température d'électrolyse. La densité de courant indiquée est donnée pour l'électrode où apparaît le lithium. La consommation électrique indiquée prend en compte le fonctionnement de l'électrolyse et le chauffage de la cellule.

- Q.11** Déterminer, en justifiant, les réactions à l'anode et à la cathode ainsi que l'équation globale de la réaction d'électrolyse.
- Q.12** Nommer les espèces chimiques 1 à 4 et affecter les termes d'anode et de cathode aux électrodes *a* et *b*.
- Q.13** Estimer la tension minimale d'électrolyse. Quel phénomène permet d'interpréter l'écart entre la valeur calculée et la valeur indiquée dans le document 2 ?
- Q.14** Vérifier que les masses de lithium et de dichlore obtenues, indiquées dans le document 2, sont bien cohérentes entre elles.
- Q.15** Montrer que les données du document 2 permettent de retrouver par calcul une valeur légèrement sous-estimée de la consommation électrique. Comment interpréter l'écart entre la valeur calculée et la valeur indiquée dans le document 2 ?

Données utiles

Constante d'Avogadro : $\mathcal{N}_A = 6,0 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$.

Constante des gaz parfaits : $R = 8,3 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$.

Constante de Faraday : $\mathcal{F} = 96\,500 \text{ C} \cdot \text{mol}^{-1}$.

Constante de Nernst à 298 K : $\frac{RT}{\mathcal{F}} \ln 10 = 0,06 \text{ V}$.

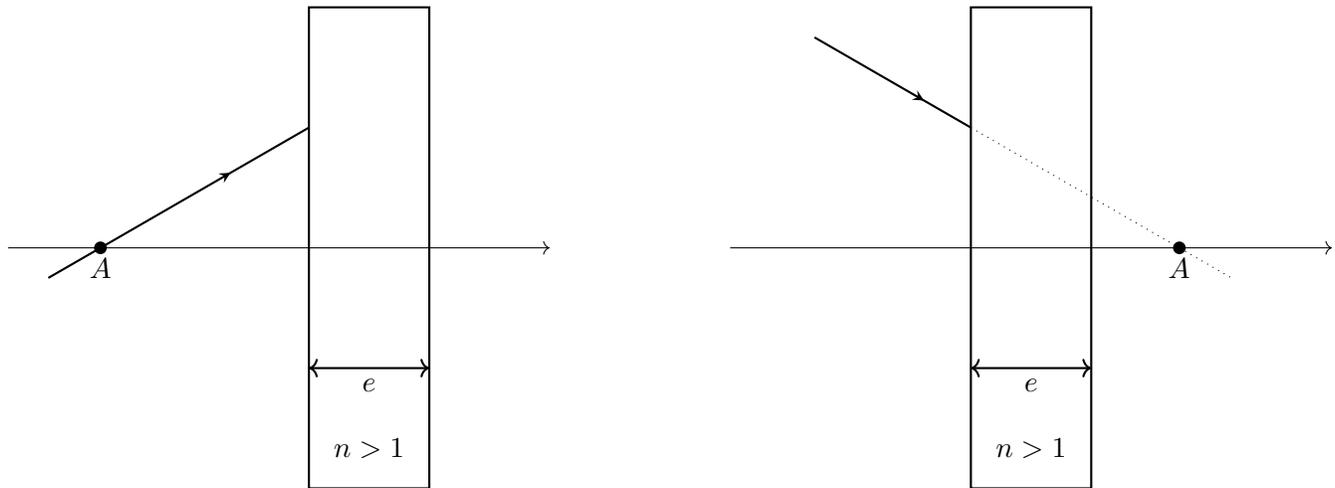
Masses molaires : $M_H = 1,0 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$; $M_C = 12,0 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$; $M_O = 16,0 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$; $M_{Cl} = 35,5 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$.

Potentiels standard à 25 °C et pH= 0 : $E^0(\text{Li}^+_{(\text{aq})}/\text{Li}_{(\text{s})}) = -3,0 \text{ V}$; $E^0(\text{H}^+_{(\text{aq})}/\text{H}_{2(\text{g})}) = 0,0 \text{ V}$;
 $E^0(\text{Cl}_{2(\text{g})}/\text{Cl}^-_{(\text{aq})}) = 1,4 \text{ V}$.

● ● ● **FIN** ● ● ●

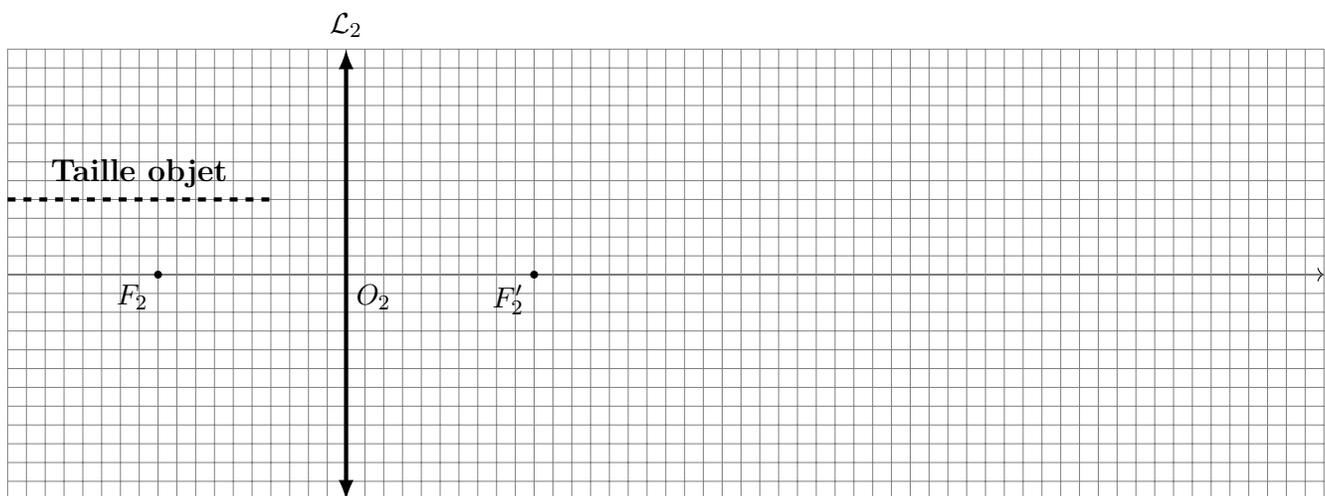
Annexes pour l'exercice d'optique, à rendre avec la copie

Q.3 et Q.4



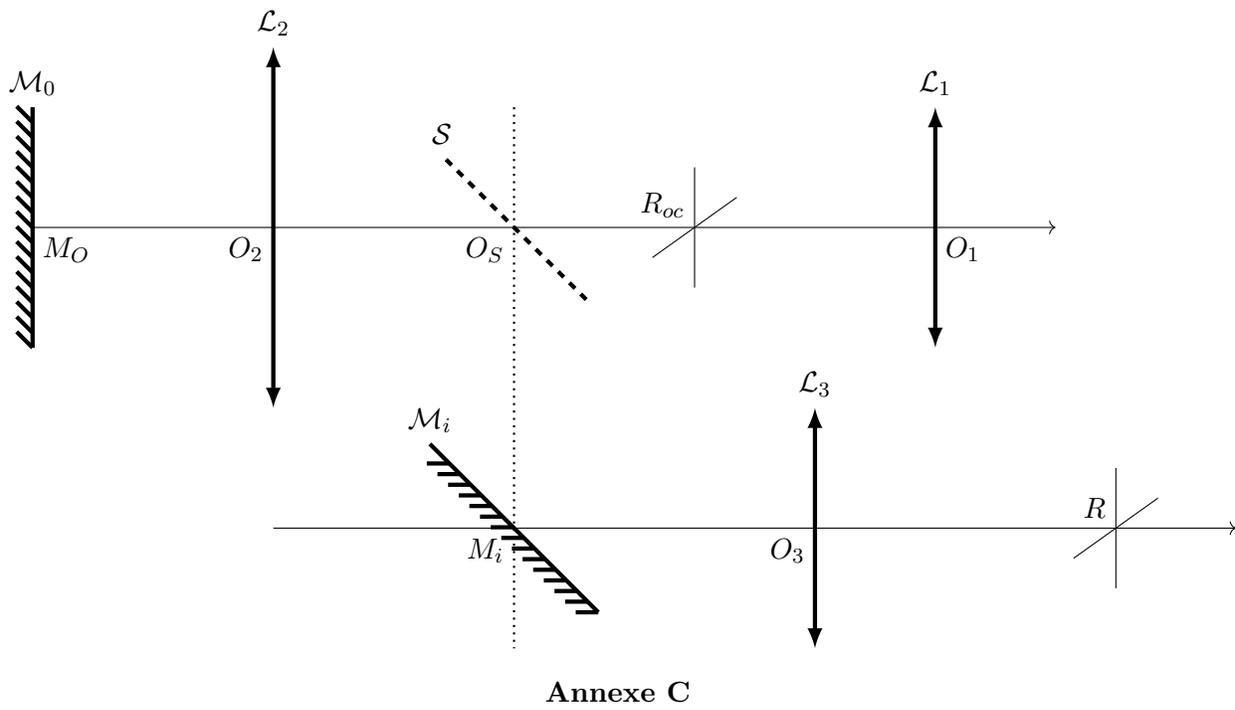
Annexes A1 et A2

Q.9

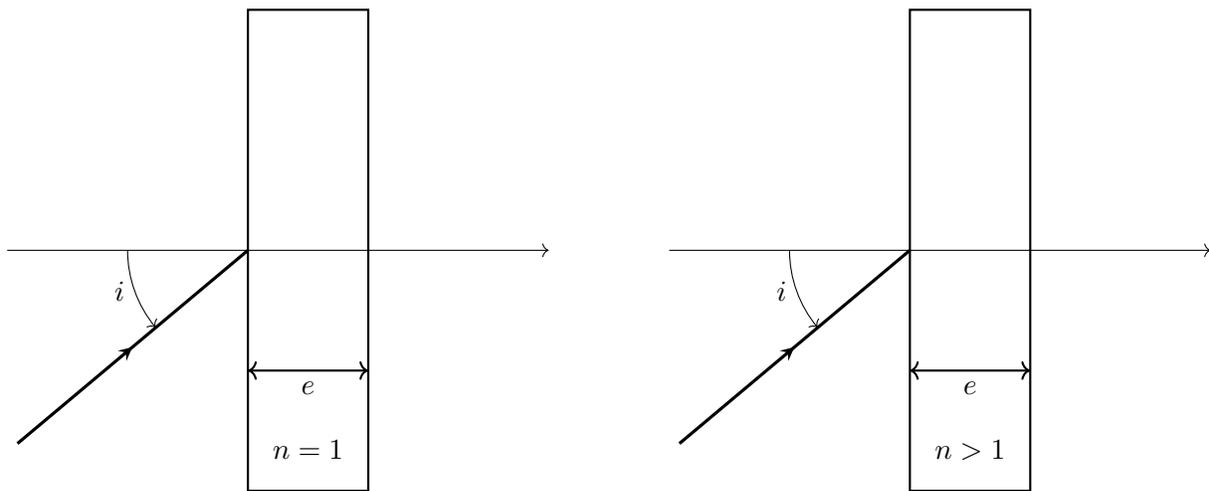


Annexe B

Q.11

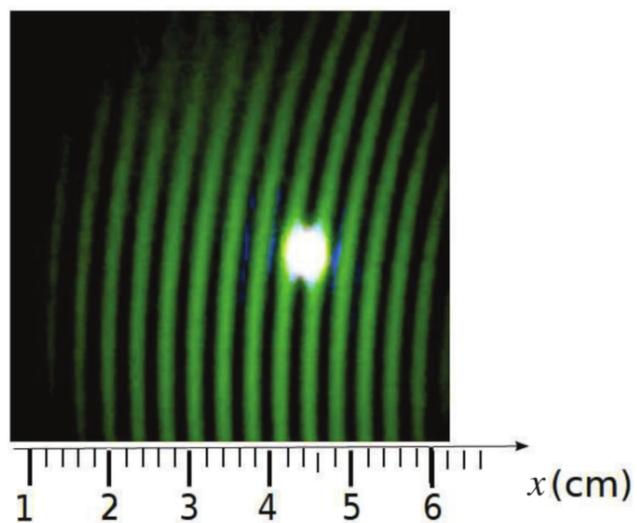


Q.23



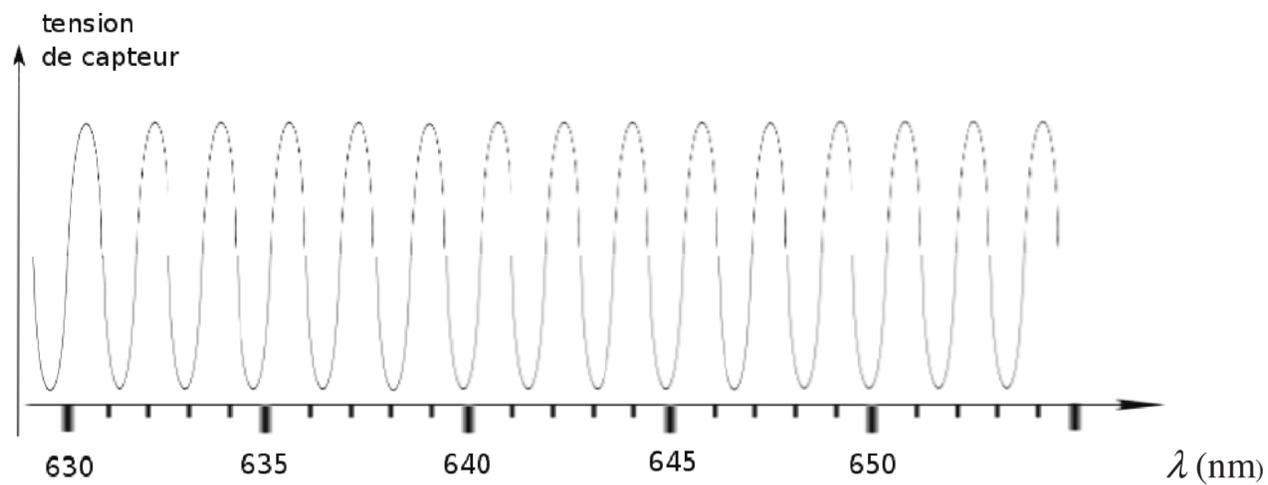
Annexes D1 et D2

Q.31



Annexe E

Q.33



Annexe F