

## Correction Centrale MP 1 - 2020 (parties II et III)

### II – Le cœur du réacteur

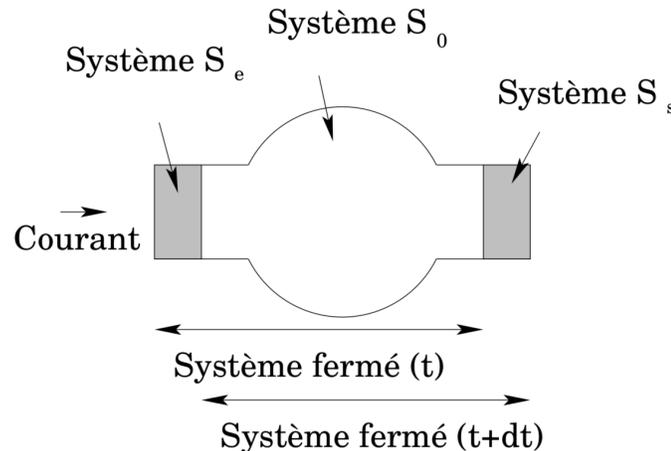
- Q.13** L'intérêt de produire le combustible sous forme de pastilles au lieu de cylindres est sans doute la facilité de transport et de manipulation. L'intérêt de faire une multitude de petits crayons de combustible est d'augmenter la surface d'échange avec l'eau du circuit primaire, pour faciliter les transferts de chaleur et limiter la température atteinte par les cylindres.
- Q.14** Les 24 emplacements restants sont utilisés pour contrôler la réaction grâce à des matériaux absorbeurs de neutrons, indispensables pour éviter l'emballement du réacteur.
- Q.15** La surface d'échange d'un crayon de hauteur  $H = 4$  m et de diamètre  $D = 9,5$  mm vaut  $S_c = \pi DH$ . Avec  $N = 241 \times 265$  crayons de combustible, la surface totale d'échange est  $S = NS_c = 7,6 \times 10^3 \text{ m}^2$ . On retrouve l'ordre de grandeur indiqué dans les données.
- Q.16** Le crayon peut être assimilé à un crayon infini étant donné que  $H \gg R$ . Le système est donc invariant par rotation autour de  $(Oz)$  et par translation selon  $\vec{u}_z$ , d'où une dépendance en la seule variable  $r$ . Il vient  $\vec{j} = -\lambda \overrightarrow{\text{grad}}T = -\lambda \frac{dT}{dr} \vec{u}_r$ .
- Q.17**  $\vec{j}$  ne peut pas présenter de discontinuité car la source d'énergie est volumique, donc  $\frac{dT}{dr}$  non plus : cela exclut les deux premiers profils. Par ailleurs, les échanges thermiques se font le long de la paroi du crayon, donc la température est maximale au centre du crayon. Le seul profil susceptible de correspondre au cas étudié est ainsi le profil 4.
- Q.18** D'après l'expression de  $T(r)$  donnée, il vient  $\vec{j} = 2\lambda K r \vec{u}_r$  soit  $K = \frac{j(R)}{2\lambda R} = 3,31 \times 10^7 \text{ K} \cdot \text{m}^{-2}$ .
- Q.19** La puissance libérée par un crayon vaut en régime nominal  $P = j(R) \pi DH$ . Le volume du crayon étant  $V = \pi \frac{D^2}{4} H$ , la puissance volumique vaut  $P_v = \frac{4j(R)}{D} = 6,61 \times 10^8 \text{ W} \cdot \text{m}^{-3}$ .  
(Note : Il faudrait idéalement tenir compte de l'épaisseur de la gaine, qui ne produit aucune puissance... La puissance volumique calculée ici est donc légèrement sous-estimée)
- Q.20** La puissance linéique pourrait être la puissance générée par unité de longueur de crayon. Cette puissance vaut  $P = j(R) \pi D = 4,69 \times 10^4 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$  en exploitant l'expression de la question précédente. On retrouve bien la valeur donnée aux arrondis près. La puissance linéique est étroitement liée à la température au cœur du crayon (via  $K$ ) : une puissance linéique trop importante conduirait à un risque de fusion du cœur du crayon.
- Q.21** La formule donnée conduit à  $T(0) = T(R) + KR^2 = 929^\circ\text{C}$ , température inférieure à la température de fusion, ce qui est plutôt rassurant.
- Q.22** La température n'est pas exactement la même en raison de la présence d'une couche limite d'eau le long du cylindre, dans laquelle la température varie. Cela se modélise par la loi de Newton  $\vec{j}_{th} \cdot \vec{u}_r = h(T(R) - T_{eau})$ .
- Q.23** Il faut ici estimer un ordre de grandeur pour le coefficient d'échange  $h$ . Étant donné qu'il s'agit d'eau en convection forcée, ce coefficient est sans doute élevé. Une valeur de  $5000 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$  serait sans doute un bon ordre de grandeur. On a alors  $T(R) = T_{eau} + \frac{j_{th}(R)}{h}$ . Le second terme vaut environ 300 K, qui

s'ajoute à la température obtenue précédemment pour donner  $T(0) \simeq 1200^\circ\text{C}$ .

- Q.24** À courant thermique donné, plus la conductivité est grande, plus la pente  $\frac{dT}{dr}$  est faible (en valeur absolue). Dans le cas qui nous intéresse, la conductivité thermique réelle dans la gamme de températures observées est supérieure à la conductivité thermique moyenne donnée, on peut donc s'attendre à ce que la température réelle soit inférieure à la température déterminée précédemment.

### III – Du réacteur aux turbines

- Q.25** On fait l'hypothèse (non précisée), que la variation d'énergie mécanique du système est négligeable. Dans un système en écoulement permanent, on délimite un système fermé, contenant la zone sur laquelle on veut faire un bilan et dont on étudie l'évolution durant  $dt$ . On note  $S(t)$  le système à  $t$  et  $S(t + dt)$  le système à  $t + dt$ . Ces systèmes peuvent être décomposés en sous-systèmes : le système  $S_0$  est l'intersection de  $S(t)$  et  $S(t + dt)$ , le système  $S_e$  qui correspond à ce qui est "perdu" par le système fermé et  $S_s$  qui correspond à ce qui est "gagné" par le système fermé. Pendant  $dt$ , le système recoit un transfert thermique  $\delta Q = P_{th}dt$  et un travail utile  $\delta W_u = P_u dt$  de l'extérieur.

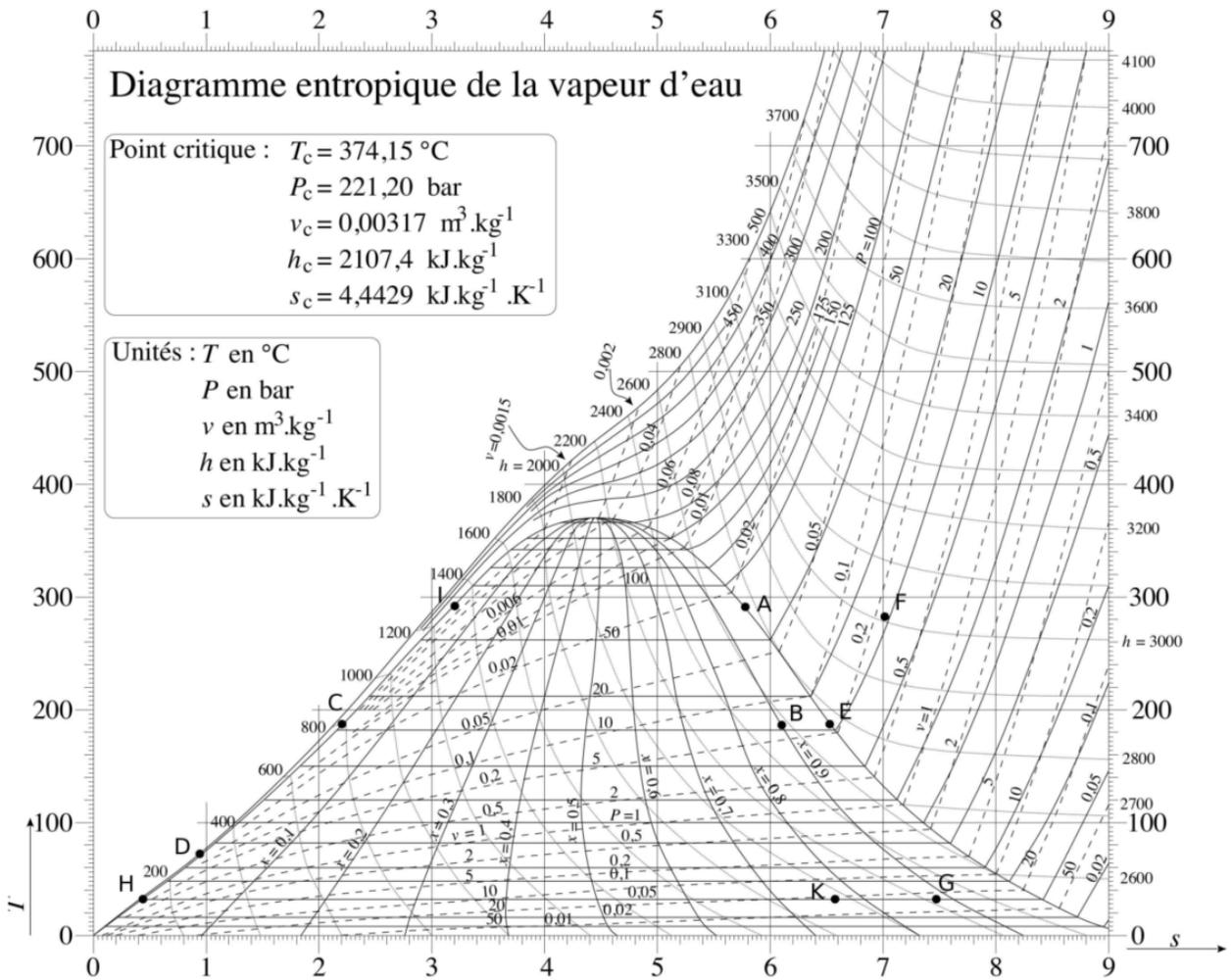


Comme le système est fermé, sa masse se conserve, ce qui implique que la masse  $\delta m$  des systèmes  $S_e$  et  $S_s$  est identique. Le premier principe appliqué au système fermé donne :  $dU = \delta W_u + \delta Q + \delta W_p$ , où  $\delta W_p$  est le travail des forces de pression à l'entrée et à la sortie du système.

Si on note  $\delta V_e > 0$  le volume de  $S_e$ , et  $P_e$  la pression à l'entrée, le travail correspondant est  $\delta W_e = P_e \delta V_e (> 0)$ . De même, on obtient à la sortie  $\delta W_s = -P_s \delta V_s (< 0)$ .

De plus,  $U$  est une fonction d'état extensive, donc  $U(t + dt) = U_0 + U_s$  et  $U(t) = U_0 + U_e$  (comme l'écoulement est stationnaire,  $U_0$  est le même dans les deux cas). Donc  $dU = U_s - U_e = -P_s \delta V_s + P_e \delta V_e + \delta W_u + \delta Q$ . Avec  $U_i + P_i \delta V_i = H_i$  ( $i = e$  ou  $s$ ), il vient donc :  $H_s - H_e = \delta W_u + \delta Q$  soit encore  $(h_s - h_e) \delta m = (P_u + P_{th}) dt$ , ce qui donne bien la relation demandée sachant que  $R = \frac{\delta m}{dt}$ .

- Q.26** Le diagramme est tracé sur la figure ci-dessous. Ce diagramme s'analyse de la même façon que les diagrammes  $(p, h)$  usuels. Repérer en premier lieu les courbes isobares (horizontales dans la zone de mélange liquide-vapeur) puis la courbe de rosée (à droite puisque l'entropie de la vapeur est supérieure à celle du liquide) et d'ébullition. Les points  $T$  et  $P$  permettent de localiser  $F$ . Les points  $A$  et  $I$  se trouvent sur la même ligne horizontale (ils sont nécessairement à la même température). La dépendance en pression de l'entropie est négligeable loin du point critique, le point  $D$  se trouve donc presque sur la courbe de saturation.



**Q.27** Les indications à droite du graphe permettent d'identifier les courbes d'enthalpie et de conclure que  $h_F \simeq 3000 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$ .

**Q.28** Avec  $h = (1-x)h_L + xh_v$  dans les deux cas, il vient :  $h_B = 2,58 \times 10^3 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$  et  $h_G = 2,27 \times 10^3 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$ .  
Les valeurs obtenues sont cohérentes avec les courbes d'enthalpie.

**Q.29** Par lecture graphique  $h \simeq 300 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$ .

**Q.30** La conservation du débit total implique que  $R_0 = R_1 + R_3$ . La conservation du débit de vapeur à travers le séparateur donne  $R_2 = x_B R_1$  et enfin la conservation du débit de liquide donne  $R_4 = (1 - x_B) R_1$ .

**Q.31** On applique le premier principe en système ouvert au surchauffeur, dans lequel  $P_u = P_{th} = 0$ . Il vient :  $R_3 h_I + R_2 h_F - R_2 h_E - R_3 h_A = 0$ .

**Q.32**  $R_0 = 640 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$  est donné ; pour les autres débits il faut combiner les équations :  $R_0 = R_1 + R_3$  et  $R_3(h_A - h_I) = x_B R_1(h_F - h_E)$ . Les valeurs de  $h$  non encore calculées sont données dans les tableaux de valeurs (liquide saturant ou vapeur saturante selon les cas). Les calculs mènent à :

$$R_1 = R_0 \frac{h_A - h_I}{h_A - h_I + x_B(h_F - h_E)} = 566 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1} ; \quad R_3 = R_0 - R_1 = 74 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1} ;$$

$$R_2 = x_B R_1 = 509 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1} \quad \text{et} \quad R_4 = (1 - x_B) R_1 = 57 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1} .$$

**Q.33** Les transformations étant adiabatiques, si elles sont réversibles elles sont isentropiques. On voit graphiquement que ce n'est pas le cas, l'entropie augmente lors de ces transformations (entropie créée positive). Les causes de cette irréversibilité sont essentiellement mécaniques en raison de la rotation rapide des turbines.

**Q.34** De la même manière que pour le surchauffeur, en notant  $R_t$  le débit du circuit tertiaire,  $c$  la capacité calorifique massique de l'eau (qui n'est pas donnée, même si on peut la retrouver par lecture graphique en lisant  $h(100) - h(0)$ ) et  $\Delta T$  la variation de température associée, on peut écrire que  $R_t c \Delta T = R_2 (h_G - h_H)$ , soit encore  $R_t = \frac{R_2(h_G - h_H)}{c\Delta T} = 5,2 \times 10^4 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$  (en prenant  $c = 4,2 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ ). Cela correspond à un débit volumique de  $52 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ , comparables au débit d'une rivière. La limite de l'élévation de température est essentiellement écologique, de façon à ne pas trop élever la température de la rivière utilisée...

**Q.35** Par définition  $r = -\frac{P_{HP} + P_{BP}}{Q_{GV}}$  (l'énergie utile est récupérée au niveau des turbines, l'énergie coûteuse

est la chaleur fournie au générateur de vapeur), soit encore  $r = \frac{R_1(h_A - h_B) + R_2(h_F - h_G)}{R_0(h_A - h_D)} = 0,30$

Cela donne un rendement de l'ordre de 30 %, qui est assez classique pour une centrale thermique ou un moteur thermique, un peu plus faible que le rendement de Carnot.

**Q.36** Il y aurait dans ce cas une unique turbine partant de  $A$  et arrivant à la basse pression (0,05 bar). En prolongeant la droite  $AB$  (ce qui est raisonnable, une turbine associée à une variation plus grande de pression créant une entropie supplémentaire), on arrive au point  $K$ . Le rendement s'estime alors à l'aide des variations d'enthalpie lors des phases  $AK$  (motrice) et  $CA$  (chauffage par le primaire), car le débit est conservé durant tout le cycle  $A \rightarrow K \rightarrow H \rightarrow C \rightarrow A$  :  $r = \frac{h_A - h_K}{h_A - h_C} = 0,30$  (on lit  $h_K = 1950 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$ ).

Soit un rendement inchangé (aux approximations liées à la position du point  $K$  près). La précision de l'étude n'est donc pas suffisante pour conclure sur l'intérêt (ou non) du surchauffeur vis-à-vis du rendement, une étude plus précise serait nécessaire. Le surchauffeur peut cependant avoir d'autres intérêts, par exemple de limiter la quantité de liquide dans les turbines, ce qui augmente leur durée de vie.