

Programme de colle

Semaine 2 (du 14/09 au 18/09)

Les colles se déroulent en trois parties : une (au moins, il peut y en avoir plusieurs) question de cours tirée de la liste ci-dessous, puis un exercice imposé parmi ceux listés et enfin, si le temps le permet, un exercice au choix du colleur.

Partie 1 – Questions de cours

Traitement du signal

- Expliquer le rôle des harmoniques de fréquence faible/élevée dans la forme du signal
- Décrire et interpréter la décroissance de l'amplitude des harmoniques en fonction de l'ordre pour un signal créneau/triangle
- Expliquer soigneusement le principe de la détermination du signal en sortie d'un filtre linéaire alimenté par un signal périodique. On prendra un filtre de fonction de transfert $\underline{H}$ quelconque et un signal d'entrée de pulsation fondamentale ω_f .
- Expliciter et justifier les conditions pour obtenir un comportement intégrateur ou dérivateur d'un filtre. Donner des exemples.

Thermodynamique statistique

- Établir la variation de la pression avec l'altitude dans l'hypothèse d'une atmosphère isotherme
- Définir la fonction de partition pour un système à spectre discret d'énergie, exemples
- Définir la probabilité d'occupation d'un état (spectre discret), cas des systèmes isolés ou non. Loi de Boltzmann.
- Définir la population d'un état d'énergie donné. Comparer les populations de deux états, limites hautes et basses températures
- Définir l'énergie moyenne et l'écart-quadratique énergétique d'un système, lien avec la fonction de partition
- Capacités thermiques des gaz et des solides, loi de Dulong et Petit (démonstrations non demandées)
- Énoncer le théorème d'équipartition de l'énergie. Application à la détermination de la capacité thermique à volume constant d'un gaz parfait diatomique.

Partie 2 – Exercices imposés

Les exercices imposés de la semaine dernière auxquels s'ajoutent :

Exercice 1 Composition de l'air

L'air atmosphérique est composé essentiellement de diazote N_2 de masse molaire $M_{N_2} = 28 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ et de dioxygène O_2 de masse molaire $M_{O_2} = 32 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$. Au niveau de la mer, les fractions molaires de ces deux gaz sont telles que : $x_{N_2} \simeq 4x_{O_2}$.

Dans le modèle de l'atmosphère isotherme à 290 K, calculer $\frac{x_{N_2}}{x_{O_2}}$ à 4000 m d'altitude.

Exercice 2 Système à trois niveaux

On considère un système de N particules indépendantes pouvant exister dans 3 niveaux d'énergie : 0, ε et 2ε . Le système est en équilibre avec un thermostat de température T .

1. Quelle est l'énergie moyenne du système ? Étudier les limites haute et basse température.
2. Étudier les limites haute et basse température de la capacité thermique.

Exercice 3 Équilibre adiabatique de la troposphère

La troposphère est la région de l'atmosphère d'altitude inférieure à 11 km. L'air y est brassé par des courants verticaux mais on peut considérer que les transformations subies sont adiabatiques et réversibles. On désigne par $P(z)$ et $T(z)$ la pression et la température à l'altitude z et on note $P_0 = 1 \text{ bar}$ et $T_0 = 290 \text{ K}$ leur valeurs à l'altitude nulle. L'air est assimilable à un gaz parfait diatomique ($\gamma = \frac{7}{5}$) de masse molaire $M = 29 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$. On donne $R = 8,31 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$. Le champ de pesanteur terrestre g est supposé uniforme.

1. Rappeler la loi de Laplace et ses conditions d'application.
2. Calculer le gradient vertical de température $K = \frac{dT}{dz}$ en fonction de γ , M , g et R .
3. Exprimer alors la température $T(z)$, la pression $P(z)$ et la masse volumique $\rho(z)$ de l'air à l'altitude z .
4. Calculer ces trois grandeurs au sommet de l'Everest à 8,9 km.
5. À quelle altitude la pression s'annule-t-elle dans ce modèle ? Que pensez-vous de ce résultat ?

Exercice 4 Propriétés d'un gaz parfait

Un gaz parfait, formé de molécules neutres monoatomiques, occupe, à la température uniforme T , un volume V sous la pression P . On désigne par n^* la densité particulaire (nombre de particules par unité de volume) et par m la masse des particules constituant le gaz.

1. Exprimer la pression du gaz en fonction des données n^* , T et k_B la constante de Boltzmann.

On rappelle que la pression est également donnée par $P = \frac{1}{3}n^*mu^2$ où u est la vitesse quadratique moyenne des particules.

2. Exprimer l'énergie cinétique moyenne e_c des particules en fonction de u puis en fonction de k_B et T uniquement. Comment aurait-on pu retrouver ce résultat ?
3. Exprimer alors la vitesse quadratique moyenne des particules en fonction de la température, de la constante R des gaz parfaits et de la masse molaire M du gaz.
4. Faire les applications numériques pour la densité particulaire, l'énergie cinétique moyenne et la vitesse quadratique moyenne avec $P = 0,5 \text{ bar}$.

On donne $k_B = 1,38 \times 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$, $M = 20 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ et $R = 8,31 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$.

Partie 3 – Exercices supplémentaires

- Révision d'électrocinétique de MPSI (théorèmes généraux, impédances équivalentes)
- Détermination de fonction de transfert de filtres passifs
- Tracé et utilisation des diagrammes de Bode
- Détermination du signal de sortie d'un filtre linéaire alimenté par un signal non sinusoïdal