Programme de colle

Semaine 2 (du 15/09 au 19/09)

Les colles se déroulent en trois parties : une (au moins, il peut y en avoir plusieures) question de cours tirée de la liste ci–dessous, puis un exercice imposé parmi ceux listés et enfin, si le temps le permet, un exercice au choix du colleur.

Partie 1 – Questions de cours

Traitement du signal

- Expliquer le rôle des harmoniques de fréquence faible/élevée dans la forme du signal
- Décrire et interpréter la décroissance de l'amplitude des harmoniques en fonction de l'ordre pour un signal créneau/triangle
- Expliquer soigneusement le principe de la détermination du signal en sortie d'un filtre linéaire alimenté par un signal périodique. On prendra un filtre de fonction de transfert $\underline{H}$ quelconque et un signal d'entrée de pulsation fondamentale ω_f.
- Expliciter et justifier les conditions pour obtenir un comportement intégrateur ou dérivateur d'un filtre. Donner des exemples.

Thermodynamique statistique

- Établir la variation de la pression avec l'altitude dans l'hypothèse d'une atmosphère isotherme
- Définir la fonction de partition pour un système à spectre discret d'énergie, exemples
- Définir la probabilité d'occupation d'un état (spectre discret), cas des systèmes isolés ou non. Loi de Boltzmann.
- Définir la population d'un état d'énergie donné. Comparer les populations de deux états, limites hautes et basses températures
- Définir l'énergie moyenne et l'écart-quadratique énergétique d'un système, lien avec la fonction de partition
- Capacités thermiques des gaz et des solides, loi de Dulong et Petit (démonstrations non demandées)
- Énoncer le théorème d'équipartition de l'énergie. Application à la détermination de la capacité thermique à volume constant d'un gaz parfait diatomique.

Partie 2 – Exercices imposés

Exercice 1 Composition de l'air

L'air atmosphérique est composé essentiellement de diazote N_2 de masse molaire $M_{N_2} = 28\,\mathrm{g \cdot mol^{-1}}$ et de dioxygène O_2 de masse molaire $M_{O_2} = 32\,\mathrm{g \cdot mol^{-1}}$. Au niveau de la mer, les fractions molaires de ces deux gaz sont telles que : $x_{N_2} \simeq 4x_{O_2}$.

Dans le modèle de l'atmosphère isotherme à 290 K, calculer $\dfrac{x_{N_2}}{x_{O_2}}$ à 4000 m d'altitude.

Exercice 2 Système à trois niveaux

On considère un système de N particules indépendantes pouvant exister dans 3 niveaux d'énergie : 0, ε et 2ε. Le système est en équilibre avec un thermostat de température T.

1. Quelle est l'énergie moyenne du système ? Étudier les limites haute et basse température.
2. Étudier les limites haute et basse température de la capacité thermique.

Exercice 3 Équilibre adiabatique de la troposphère

La troposphère est la région de l'atmosphère d'altitude inférieure à 11 km. L'air y est brassé par des courants verticaux mais on peut considérer que les transformations subies sont adiabatiques et réversibles. On désigne par $P(z)$ et $T(z)$ la pression et la température à l'altitude z et on note $P_0 = 1\,\text{bar}$ et $T_0 = 290\,\text{K}$ leur valeurs à l'altitude nulle. L'air est assimilable à un gaz parfait diatomique ($\gamma = \frac{7}{5}$) de masse molaire $M = 29\,\text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$. On donne $R = 8{,}31\,\text{J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{mol}^{-1}$. Le champ de pesanteur terrestre g est supposé uniforme.

1. Rappeler la loi de Laplace et ses conditions d'application.
2. Calculer le gradient vertical de température $K = \dfrac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}z}$ en fonction de γ, M, g et R.
3. Exprimer alors la température $T(z)$, la pression $P(z)$ et la masse volumique $\rho(z)$ de l'air à l'altitude z.
4. Calculer ces trois grandeurs au sommet de l'Everest à 8,9 km.
5. À quelle altitude la pression s'annule-t-elle dans ce modèle ? Que pensez-vous de ce résultat ?

Exercice 4 Propriétés d'un gaz parfait

Un gaz parfait, formé de molécules neutres monoatomiques, occupe, à la température uniforme T, un volume V sous la pression P. On désigne par $n^\star$ la densité particulaire (nombre de particules par unité de volume) et par m la masse des particules constituant le gaz.

1. Exprimer la pression du gaz en fonction des données $n^\star$, T et k_B la constante de Boltzmann.

On rappelle que la pression est également donnée par $P = \frac{1}{3}n^\star m u^2$ où u est la vitesse quadratique moyenne des particules.

2. Exprimer l'énergie cinétique moyenne e_c des particules en fonction de u puis en fonction de k_B et T uniquement. Comment aurait-on pu retrouver ce résultat ?
3. Exprimer alors la vitesse quadratique moyenne des particules en fonction de la température, de la constante R des gaz parfaits et de la masse molaire M du gaz.
4. Faire les applications numériques pour la densité particulaire, l'énergie cinétique moyenne et la vitesse quadratique moyenne avec $P = 0{,}5\,\text{bar}$.

On donne $k_B = 1{,}38\times10^{-23}\,\text{J}\cdot\text{K}^{-1}$, $M = 20\,\text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$ et $R = 8{,}31\,\text{J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{mol}^{-1}$.

Partie 3 – Exercices supplémentaires

- Exercices imposés de la semaine dernière.
- Révision d'électrocinétique de MPSI (théorèmes généraux, impédences équivalentes).
- Détermination de fonction de transfert de filtres passifs.
- Tracé et utilisation des diagrammes de Bode.
- Détermination du signal de sortie d'un filtre linéaire alimenté par un signal non sinusoïdal.