

Programme de colle

Semaine 22 (du 23/03 au 27/03)

Les colles se déroulent en trois parties : une (au moins, il peut y en avoir plusieurs) question de cours tirée de la liste ci-dessous, puis un exercice imposé parmi ceux listés et enfin, si le temps le permet, un exercice au choix du collé.

Partie 1 – Questions de cours

Changements de référentiels en mécanique classique (cinématique)

- Définir et différencier des mouvements de translation et de rotation autour d'un axe fixe
- Établir les lois de composition des vitesses et des accélérations dans le cas d'un référentiel :
 - en translation quelconque par rapport à un référentiel absolu
 - en rotation uniforme autour d'un axe fixe d'un référentiel absolu
- Déterminer la vitesse d'entrainement puis les accélérations d'entrainement et de Coriolis
- Définir la notion de point coïncidant, retrouver la vitesse et l'accélération d'entrainement

Dynamique en référentiel non-galiléen

- Définir les référentiels "usuels" (terrestre, géocentrique, de Kepler et de Copernic)
- Lois de la dynamique en référentiel non-galiléen :
 - Énoncer puis démontrer le principe fondamental de la dynamique
 - Énoncer puis démontrer le théorème du moment cinétique
 - Énoncer puis démontrer le théorème de l'énergie cinétique
 - Aspects énergétiques des forces d'inerties : calculer leur puissance, leur travail et l'énergie potentielle associée le cas échéant
- Conséquences du caractère non-galiléen du référentiel terrestre :
 - Définir le champ de pesanteur
 - Décrire les différents phénomènes de déviation et les illustrer

Partie 2 – Exercices imposés

Exercice 1 Balle de fusil

Une balle de fusil est tirée, horizontalement, dans la direction du nord, depuis un point de la Terre, de latitude $\lambda = 50^\circ$. Sa vitesse initiale est $v_0 = 1000 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. L'axe du canon est aligné avec le centre d'une cible située à une distance $\ell = 100 \text{ m}$.

1. Donner les équations différentielles complètes du mouvement dans le référentiel terrestre en négligeant la résistance de l'air.
2. Proposer certaines hypothèses simplificatrices et résoudre les équations précédentes.
3. Déterminer la position du point d'impact sur la cible.

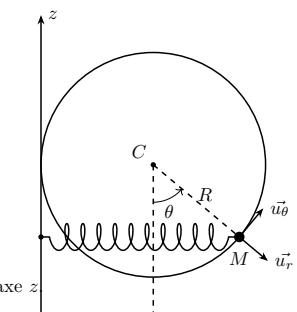
Exercice 2 Point sur un cerceau

Un point matériel glisse sans frottement sur un cerceau immobile vertical de rayon R . Le point M est fixé à un ressort dont l'autre extrémité glisse sans frottement sur un axe vertical tangent au cerceau, de sorte que le ressort reste horizontal. On note θ l'angle que fait le rayon CM par rapport à la verticale en C . Le ressort est de raideur k , de masse négligeable et de longueur à vide R .

1. Montrer que le problème est conservatif et déterminer l'énergie potentielle à laquelle est soumis le point M .
2. Montrer que le problème présente soit deux soit quatre positions d'équilibre. On pourra poser $\alpha = \frac{mg}{kR}$. Déterminer leur stabilité.
3. Déterminer la période des petites oscillations autour de la seule position d'équilibre qui reste stable pour toute valeur de α .

Le cerceau est maintenant mis en rotation à vitesse ω constante autour de l'axe z

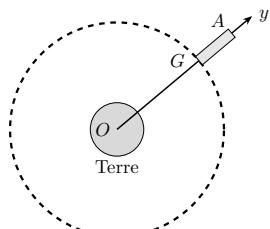
4. Reprendre les questions précédentes.



Exercice 3 Mouvement dans un satellite

À l'intérieur d'un satellite, un point P de masse m faible devant celle du satellite peut coulisser sans frottement dans un tube de longueur $GA = a$ d'axe (Gy) définissant la verticale ascendante. On note y la distance entre P et G le centre de gravité du satellite. On rappelle que l'accélération de la pesanteur dépend de la distance r par rapport au centre de la Terre d'après $g = g_0 \frac{R^2}{r^2}$ en notant R le rayon terrestre et g_0 la valeur à la surface de la Terre. On utilisera le référentiel (O, x, y, z) centré sur le centre O de la Terre et tournant à la vitesse angulaire du satellite $\omega = \sqrt{\frac{g_0 R^2}{r^3}}$. On suppose que le satellite est en rotation circulaire uniforme autour de la Terre.

1. Établir l'équation différentielle du mouvement de P par rapport au satellite.
2. À l'instant initial $t = 0$, on lâche le point P sans vitesse initiale à une distance y_0 du point G . Déterminer l'expression de y en fonction du temps.
3. Application numérique : déterminer le temps T pour que le point P atteigne l'extrémité A du tube sachant que $g_0 = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$, $r = 6700 \text{ km}$, $R = 6400 \text{ km}$, $y_0 = 1,0 \text{ m}$ et $a = 2,0 \text{ m}$.
4. En projetant le principe fondamental de la dynamique perpendiculairement au tube, déterminer à la date $t < T$ l'expression de la force exercée par P sur le tube.



Partie 3 – Exercices supplémentaires

Tout exercice de MPSI ou de MP (hors mécanique quantique).