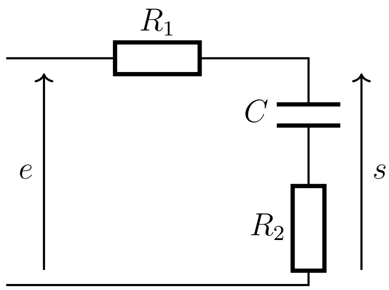
TD n°1
Éléments de traitement du signal

Exercice 1 : Diagrammes de Bode

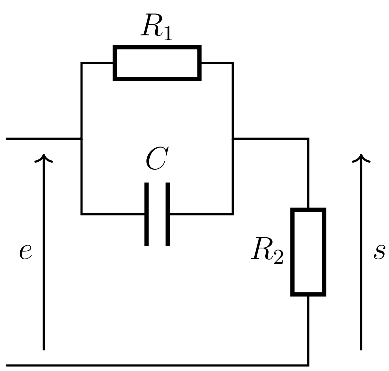
1. On considère le circuit suivant, réalisé avec : $R_1 = 1{,}0 \times 10^5\,\Omega$; $R_2 = 1{,}0\,\mathrm{k}\Omega$ et $C = 1{,}0\,\mu\mathrm{F}$:



a) Déterminer la fonction de transfert $\underline{H}(j\omega)$ de ce filtre en faisant apparaître deux temps caractéristiques τ et τ'. Faire les applications numériques.

b) Quelles sont les pentes des asymptotes dans le diagramme de Bode en gain de ce filtre ? Le filtre présente-t-il un comportement intégrateur ? dérivateur ?

2. On réalise maintenant le filtre ci-dessous :

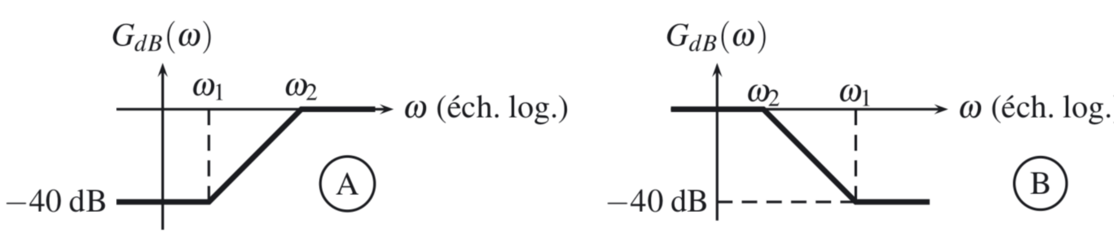


a) Montrer que la fonction de transfert de ce filtre se met sous la forme :

$$\underline{H}(j\omega) = a\frac{1 + j\omega/\omega_1}{1 + j\omega/\omega_2}$$

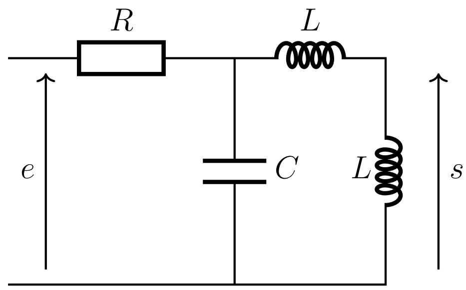
On précisera les expressions de a, ω_1 et ω_2 en fonction de R_1, R_2 et C.

b) Lequel des deux diagrammes asymptotiques représentés ci-dessous correspond à ce filtre ? On donne $\omega_1 = 10\,\mathrm{rad}\cdot\mathrm{s}^{-1}$, calculer ω_2.



Exercice 2 : Filtre de Hartley

On considère un filtre de Hartley, correspondant au montage de la figure suivante :

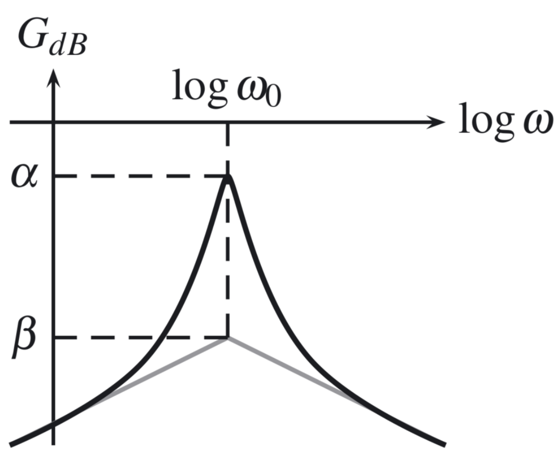


1. Montrer que sa fonction de transfert est de la forme :

$$\underline{H}(j\omega) = G_0 \cdot \frac{2j\xi\dfrac{\omega}{\omega_0}}{1 + 2j\xi\dfrac{\omega}{\omega_0} - \left(\dfrac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$$

et exprimer G_0, ξ et ω_0 en fonction de R, L et C. Faire les applications numériques.
Données : $R = 10{,}0\,\mathrm{k\Omega}$; $L = 1{,}00\,\mathrm{mH}$ et $C = 100\,\mathrm{nF}$.

2. Le diagramme de Bode de ce filtre est présenté sur la figure ci-dessous. Identifier les pentes des asymptotes (en gris) et trouver les valeurs de α et β.



3. On étudie la réponse de ce filtre au signal d'entrée $e_1(t) = E_0 + E_1 \cos(\omega_0 t)$. Calculer l'expression littérale de la sortie $s_1(t)$ associée.

4. On alimente maintenant le filtre avec un signal créneau $e_2(t)$ de période $T = \dfrac{6\pi}{\omega_0}$, d'amplitude crête-à-crête $2E = 2\,\mathrm{V}$. On rappelle que ce signal est décomposable en série de Fourier, en posant $\omega_2 = \dfrac{2\pi}{T}$:

$$e_2(t) = \frac{4E}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sin\left((2n+1)\omega_2 t\right)}{2n+1}$$

a) Calculer la valeur efficace E_{2eff} de e_2.

b) Tracer l'allure du spectre de e_2 en précisant bien les pulsations des trois premières harmoniques.

c) Calculer numériquement les amplitudes du fondametal et des trois premières harmoniques du signal de sortie s_2. Expliquer alors pourquoi ce montage peut-être qualifié de "tripleur de fréquence".

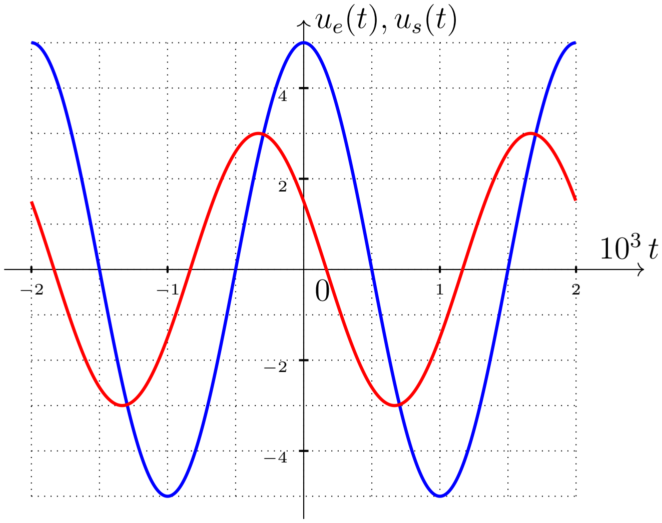
d) Donner une approximation raisonnable de l'expression numérique de s_2.

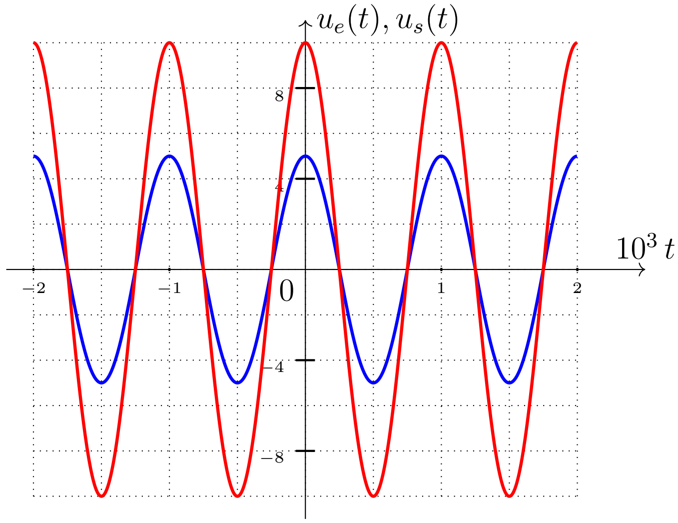
Exercice 3 : Caractéristiques d'un filtre

On alimente un filtre de fonction de transfert :

$$H(j\omega) = \frac{H_0}{1 + jQ(x - 1/x)}$$

en posant $x = f/f_0$ avec une tension sinusoïdale $u_e(t) = 5\cos(2\pi f t)$. On observe à l'oscilloscope les courbes ci-dessous, avec $f = 500\,\text{Hz}$ (gauche) et $f = 1000\,\text{Hz}$ (droite).

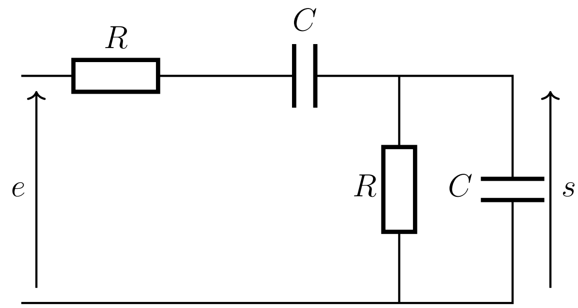




1. Calculer H_0, f_0 et Q.
2. Déterminer la tension de sortie $u_s(t)$ pour $f = 300\,\text{Hz}$ et $f = 3000\,\text{Hz}$. Représenter $u_s(t)$ pour $f = 300\,\text{Hz}$.

Exercice 4 : Filtre de Wien

On étudie le filtre suivant, en posant $\tau = RC$:



1. Déterminer la fonction de transfert de ce filtre en régime harmonique et proposer une forme canonique pour cette fonction de transfert.
2. On alimente l'ensemble au moyen d'une tension $u_e(t)$ en créneau, de valeur moyenne E_m, d'amplitude crête-à-crête $u_{emax} - u_{emin} = 2E_0$ et de fréquence f. Déterminer la forme de la tension de sortie $u_s(t)$ dans les deux cas $f\tau \gg 1$ et $f\tau \ll 1$.
3. Reprendre la question précédente si le filtre est alimenté avec une tension $u_e(t)$ en triangle, de valeur moyenne E_m, d'amplitude crête-à-crête $u_{emax} - u_{emin} = 2E_0$ et de fréquence f.

Exercice 5 : Effet des non-linéarités

Un amplificateur linéaire peut-être mis en défaut si l'amplitude du signal d'entrée est trop élevée. Dans ce cas-là, il se comporte de façon non linéaire et fournit une tension de sortie qui suit la relation ci-dessous en fonction de la tension d'entrée :

$$s(t) = A + Be(t) + Ce^2(t) + De^3(t)$$

1. On dispose en entrée une tension sinusoïdale de fréquence f_0 et d'amplitude assez élevée pour observer les non-linéarités. Représenter une allure réaliste du spectre en fréquence du signal de sortie.
2. On utilise maintenant en entrée un signal non sinusoïdal de fréquence centrale f_0 et de largeur Δf. Représenter l'allure des spectres des signaux d'entrée et de sortie.
