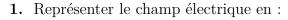
# $\begin{array}{c} {\rm TD~n°7} \\ {\it \acute{E}lectrostatique} \end{array}$

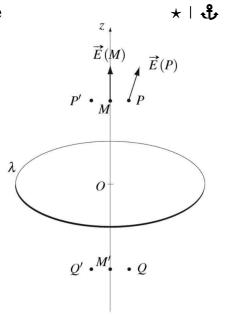
Dans tout le TD, on prendra  $\varepsilon_0 = \frac{1}{36\pi} 10^{-9} \, \mathrm{F} \cdot \mathrm{m}^{-1}$ .

## Exercice 1 : Symétries du champ électrostatique

On considère un cerceau d'axe (Oz) chargé uniformément (densité linéique de charges  $\lambda$ ). On donne le champ électrique en M sur l'axe et en P.



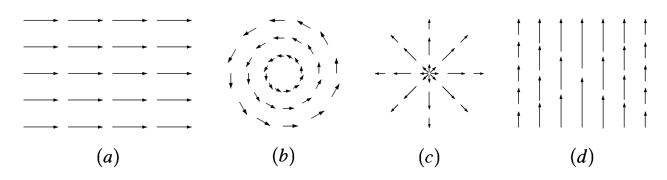
- a) M', symétrique de M par rapport au cerceau
- b) P', symétrique de P par rapport à l'axe
- c) Q et Q', respectivement symétriques de P et P' par rapport au cerceau
- 2. Sans calcul, déterminer le champ électrostatique au centre  ${\cal O}$  du cerceau.



# Exercice 2 : Lignes de champ

\* | # İr

Les figures ci-dessous représentent, dans un plan z=cste, quelques cartes de champs bidimensionnels de la forme  $\vec{a}(x,y)=a_x(x,y)\vec{u_x}+a_y(x,y)\vec{u_y}$ .

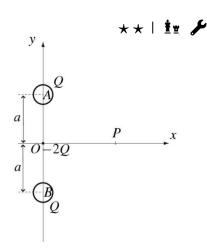


Préciser dans chaque cas s'il peut s'agir d'un champ électrostatique et quand c'est possible, dire si des charges sont présentes dans la région considérée.

#### Exercice 3: Charges ponctuelles

Deux sphères portent la charge positive Q uniformément répartie sur leur surface. On admet qu'à l'extérieur, elles créent le même champ électrique qu'une charge ponctuelle Q qui serait située en leur centre. Leurs centres A et B sont distants de 2a et situés symétriquement sur l'axe (Oy). Une charge ponctuelle -2Q se trouve au point O.

- 1. On pose  $\vec{E}(P) = E(x)\vec{u}$ . Déterminer  $\vec{u}$ .
- 2. Étudier la parité de la fonction E(x).
- **3.** Calculer E(x) en fonction de Q, a,  $\varepsilon_0$  et x.



#### Exercice 4: Champ gravitationnel de la Terre

\* | £

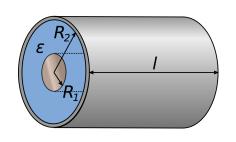
La Terre est assimilée à une sphère de rayon  $R=6.37\times 10^3\,\mathrm{km}$  et de masse  $m=5.97\times 10^{24}\,\mathrm{kg}$  répartie uniformément. On donne  $\mathcal{G}=6.67\times 10^{-11}\,\mathrm{m}^3\cdot\mathrm{kg}^{-1}\cdot\mathrm{s}^{-2}$ .

- 1. En utilisant le théorème de Gauss, déterminer le champ gravitationnel à l'extérieur de la Terre.
- 2. Vérifier que l'on obtient le même résultat en considérant que toute la masse terrestre est concentrée en son centre.
- 3. Faire l'application numérique pour le champ de gravitation à la surface de la Terre et comparer à l'accélération de la pesanteur.

## Exercice 5 : Capacité d'un câble coaxial

\* \* | ݥ A

On modélise un câble coaxial par deux cylindres conducteurs parfaits infiniment longs, de même axe et de sections circulaires. Le premier, de rayon  $R_1$  est appelé âme et est porté au potentiel  $V_1 > 0$ . Le second, de rayon  $R_2 > R_1$  est appelé gaine et est porté au potentiel  $V_2 < V_1$ . Ces deux surfaces sont respectivement chargées avec des densités surfaciques de charges notées  $\sigma_1$  et  $\sigma_2$ . L'espace entre les deux conducteurs est vide de permittivité  $\varepsilon = \varepsilon_0$ . On néglige les effets de bords  $(l \gg R_2)$ 



et on se place en régime statique, ce qui signifie que les charges des deux armatures sont opposées. On note  $e = R_2 - R_1$ .

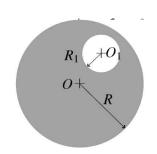
- 1. Déterminer la relation entre  $\sigma_1$  et  $\sigma_2$ .
- 2. En raisonnant sur le câble infini, étudier les symétries et invariances. Quelles sont les conséquences pour le champ électrostatique  $\vec{E}(M)$  en un point M de l'espace entre les deux armatures?
- 3. En appliquant le théorème de Gauss, exprimer ce champ entre les deux armatures.
- 4. En déduire la différence de potentiel U entre l'âme et la gaine.

On généralise la définition de la capacité d'un condensateur par analogie avec le condensateur plan, en posant :  $C = \frac{Q}{U}$ , Q étant la charge portée par son armature positive et U la différence de potentiel entre les deux armatures.

5. Déterminer la capacité linéique  $C_l$  de ce condensateur cylindrique en fonction de  $\varepsilon_0$ ,  $R_1$  et  $R_2$ . Faire l'application numérique pour  $R_1 = 1 \,\mathrm{mm}$  et  $R_2 = 2.5 \,\mathrm{mm}$ .

#### Exercice 6 : Grotte sphérique

Une cavité sphérique de centre  $O_1$  est creusée à l'intérieur d'un astre sphérique homogène de centre O et de masse volumique  $\rho$ .



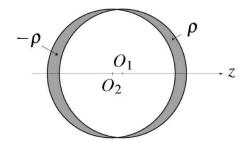
Déterminer le champ gravitationnel dans la cavité.

Astuce: trouver l'astuce!

#### Exercice 7 : Sphères de charges opposées



Deux sphères, de centres  $O_1$  et  $O_2$ , de même rayon R, sont chargées uniformément en volume avec des densités volumiques de charge opposées notées  $\rho$  et  $-\rho$ . Leurs centres sont décalés d'une distance  $a \ll R : \overrightarrow{O_2O_1} = a\vec{u_z}$ .



- 1. Déterminer le champ électrostatique dans tout l'espace intérieur et extérieur aux deux sphères (la zone intérieure à l'une et extérieure à l'autre n'est pas intéressante car trop petite).
- 2. Montrer que l'on peut définir un moment dipolaire  $\vec{p}$  pour l'ensemble de ces deux sphères, tel que le champ à l'extérieur soit égal à celui que créerait ce dipôle.

# Exercice 8: Interaction charge-dipôle

\* \* | **& i**y

On place un dipôle électrosatique rigide  $\vec{p}$  en un point M, à proximité d'une charge ponctuelle q située en O. On rappelle qu'un dipôle rigide soumis à un champ électrostatique subit la force  $\vec{F} = \overrightarrow{\text{grad}}(\vec{p} \cdot \vec{E})$ .

- 1. Montrer que le dipôle s'oriente radialement par rapport à la charge q.
- 2. Déterminer l'expression de la force subie par le dipôle, en supposant qu'il s'est préalablement orienté suivant la direction de la question précédente.
- 3. De même, déterminer l'expression de la force subie par la charge q. Conclusion?

### Exercice 9: Charges ponctuelles (le retour)



Trois charges électriques égales à Q sont placées au sommet d'un triangle équilatéral dans un plan horizontal. On note (Oz) la verticale passant par le centre O du triangle et d la distance entre chaque charge et le centre.

1. Calculer le champ  $\vec{E}_M$  et le potentiel électrique  $V_M$  en tout point M de la verticale (Oz), en fonction de l'altitude z du point M.

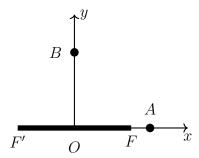
Au point M, se trouve une petite sphère métallique de rayon r astreinte à se déplacer sans frottements sur l'axe (Oz). Par un mécanisme non étudié ici, la surface de la sphère est en permanence au potentiel  $V_M$  de l'endroit où elle se trouve. On supposera que le potentiel est constant à l'échelle de la sphère et que la charge de la sphère est concentrée en M.

- 2. Déterminer la charge q que porte cette sphère en fonction de sa position z et des constantes.
- 3. Déterminer la force électrique agissant sur la sphère puis la représenter graphiquement en fonction de z.
- 4. Si la sphère est en plus soumise à son poids, montrer qu'elle ne peut avoir de position d'équilibre que si sa masse m est inférieure à une certaine valeur  $m_0$  que l'on déterminera.
- 5. Si cette condition est remplie, préciser le nombre de positions d'équilibre possibles et discuter de leur stabilité.

#### Exercice 10 : Distribution linéique de charges



On considère une distribution linéaire de charges de longueur  $F'F = 2\ell$  centrée oen O avec une densité linéique  $\lambda$  constante. On place deux points A et B sur les axes (Ox) et (Oy) respectivement avec  $OA = OB = a > \ell$ .



- 1. Par une analyse des symétries, déterminer la forme du champ électrique aux points A et B.
- 2. Pourquoi le théorème de Gauss n'est-il pas appliquable ici?
- **3.** Calcul du champ au point A.
  - a) Déterminer le champ électrique  $d\vec{E}_A$  produit au point A par un petit élément de la distribution de longueur dx.
  - b) En déduire le champ total  $\vec{E}_A$  au point A.
- **4.** De la même manière, calculer le champ  $\vec{E}_B$  au point B.