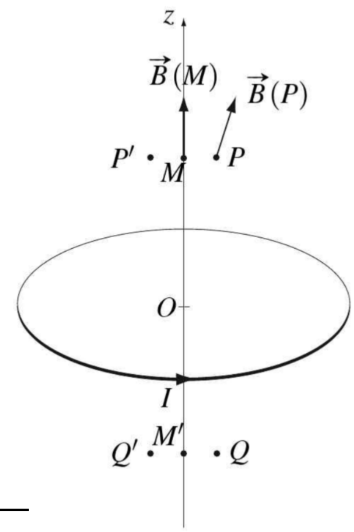
TD n°8
Magnétostatique

Exercice 1 : Symétries du champ magnétostatique

On considère une spire circulaire d'axe (Oz) parcourue par un courant d'intensité I. On donne le champ magnétique en M sur l'axe et en P.

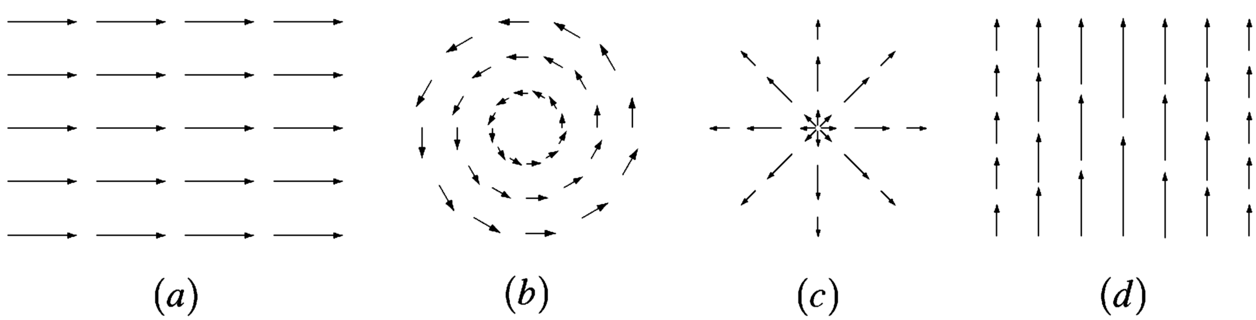


Représenter le champ magnétique en :

1. M', symétrique de M par rapport à la spire
2. P', symétrique de P par rapport à l'axe
3. Q et Q', respectivement symétriques de P et P' par rapport à la spire

Exercice 2 : Lignes de champ

Les figures ci-dessous représentent, dans un plan $z = cste$, quelques cartes de champs bidimensionnels de la forme $\vec{a}(x,y) = a_x(x,y)\vec{u_x} + a_y(x,y)\vec{u_y}$.



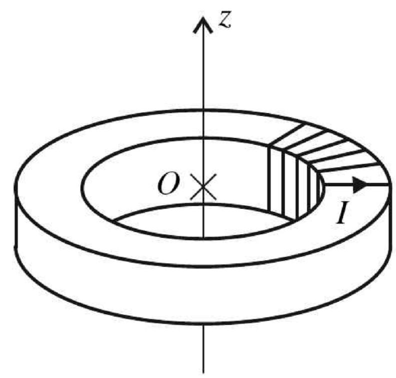
Préciser dans chaque cas s'il peut s'agir d'un champ magnétostatique et quand c'est possible, dire si des courants sont présents dans la région considérée.

Exercice 3 : Expérience d'Oersted

L'aiguille d'une boussole dont on suppose le plan de rotation horizontal est placée au voisinage d'un fil conducteur orienté dans la direction Nord-Sud. On fait passer un courant dans le fil.

1. Comment faut-il placer l'aiguille par rapport au fil pour qu'elle dévie de sa position ?
2. Que se passe-t-il si le fil est orienté dans la direction Est-Ouest ?

Exercice 4 : Bobine torique



On considère un tore de section carrée de coté a et d'axe (Oz). On réalise une bobine en enroulant un fil sur le tore en N spires très serrées et régulièrement réparties. On fait alors circuler un courant I dans le fil.

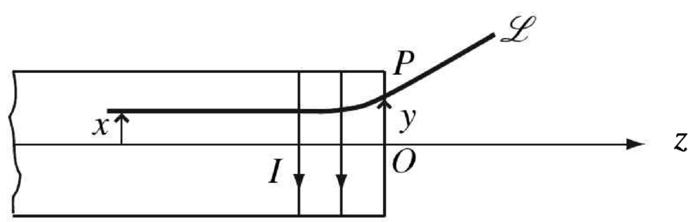
1. Etudier les symétries et invariances du problème, en déduire la forme du champ magnétostatique.
2. Calculer le champ magnétique créé en tout point de l'espace par cette bobine.

On décide, à l'aide d'un deuxième fil, de créer un autre enroulement comportant N_2 spires enroulées sur une partie du tore.

3. Exprimer le coefficient M d'inductance mutuelle entre ces deux circuits. On notera R le rayon intérieur du tore et $R + a$ le rayon extérieur. Que devient ce coefficient si $a \ll R$?

Exercice 5 : Solénoïde semi-infini

On considère un solénoïde de rayon a et d'axe (Oz), comportant n spires par unité de longueur. Ce solénoïde est parcouru par un courant d'intensité I. On s'intéresse dans cet exercice au bord du solénoïde, dont le centre de la face terminale est en O. Pour simplifier, on considère que le solénoïde est semi-infini, c'est-à-dire qu'il s'étend le long du demi-axe $z < 0$.



1. Déterminer l'expression de la composante suivant (Oz) du champ magnétique $\vec{B}$ créé par le solénoide en un point M quelconque de sa face terminale.
   Astuce : que se passe-t-il si on complète le solénoïde étudié, de sorte à former un solénoïde infini ?

Soit $\mathcal{L}$ une ligne de champ magnétique. Elle coupe la face terminale en un point P situé à la distance y de O.

2. Expliquer pourquoi, loin de la face terminale, cette ligne de champ tend à se confondre avec une parallèle à l'axe.
3. On note x la distance entre l'axe et cette parallèle. Déterminer la relation entre x et y.

Exercice 6 : Champ magnétique terrestre

Le champ magnétique terrestre est modélisé par le champ d'un dipôle magnétique permanent de moment $\vec{\mathcal{M}}$ situé au centre de la Terre et dirigé vers le pôle Sud. On assimile la Terre à une sphère de rayon $R = 6360\,\text{km}$. L'intensité du champ magnétique au pôle Nord terrestre est $B_0 = 6{,}0 \times 10^{-5}\,\text{T}$.

1. Quelle est la valeur de $|\mathcal{M}|$?
2. Commenter la phrase "une boussole indique le Nord".
3. Que valent les composantes horizontale et verticale du champ magnétique terrestre à Dunkerque (latitude $\lambda = 51°$) ?

Exercice 7 : Champ magnétique créé par une sphère en rotation

Une sphère métallique creuse, de rayon R, porte la charge Q uniformément répartie sur toute sa surface. Cette sphère est mise en rotation à la vitesse ω constante autour de l'axe (O, z). Les charges présentes à la surface de la sphère sont solidaires de la surface et sont donc entraînées par ce mouvement de rotation, on considère que la répartition de charges n'est pas modifiée.

1. Par une étude des symétries, donner la forme du champ magnétique $\vec{B}_0$ au centre de la sphère.
2. Expliquer pourquoi le théorème d'Ampère n'est pas applicable ici.

Une autre formulation du théorème d'Ampère est connue sous le nom de *loi de Biot et Savart* qui assure que le champ magnétique créé en un point M par un circuit filiforme porté par le contour $\mathcal{C}$ et parcouru par un courant I vaut :

$$\vec{B}(M) = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \oint_{P\in\mathcal{C}} \frac{\mathrm{d}\vec{\ell}_P \wedge \overrightarrow{PM}}{\|\overrightarrow{PM}\|^3}$$

3. Par application de la loi de Biot et Savart, déterminer le champ produit sur l'axe d'une unique spire circulaire de rayon r parcourue par un courant d'intensité I, à une distance h de son centre.
4. Calculer alors le champ magnétique $\vec{B}_0$ créé au centre de la sphère. On pourra introduire l'angle $\alpha = (\vec{u}_z, \overrightarrow{OP})$ décrivant la position d'un point P sur la sphère.
5. Calculer le moment magnétique $\vec{\mathcal{M}}$ de cette distribution de courant.

Donnée : On rappelle l'intégrale suivante : $\displaystyle\int_0^{\pi} \sin^3(x)\mathrm{d}x = \frac{4}{3}$.
