

## TD n°10

### *Ondes électromagnétiques dans le vide*

#### Exercice 1 : OPPM électromagnétique

On étudie la propagation d'une onde électromagnétique dans le vide.

1. Rappeler l'équation aux dérivées partielles à laquelle satisfont les champs électrique  $\vec{E}(M, t)$  et magnétique  $\vec{B}(M, t)$ .

On suppose que le champ électrique est de la forme :  $\vec{E} = E_0 \cos(\omega t - kz) \vec{u}_x$ .

2. Déterminer une équation satisfaite par  $k$  pour que ce champ soit solution de l'équation donnée en **Q.1**.
3. Quels sont la direction, le sens et la vitesse de propagation de cette onde ?
4. Quel est son état de polarisation ?
5. Indiquer la relation de structure de ce champ électromagnétique. En déduire le champ  $\vec{B}(M, t)$  de cette onde puis le vecteur de Poynting de l'onde.

La puissance moyenne rayonnée par cette onde à travers une surface  $S = 4 \text{ mm}^2$  orthogonale à sa direction de propagation est  $\mathcal{P} = 10 \text{ W}$ .

6. Calculer les amplitudes  $E_0$  et  $B_0$  des champs électrique et magnétique.

#### Exercice 2 : OPPM électromagnétique de direction quelconque

On étudie une onde électromagnétique dans le vide, dont le champ électrique s'écrit :

$$\vec{E} = \underline{E}_x \vec{u}_x + \underline{E}_y \vec{u}_y \quad \text{avec} \quad \underline{E}_x = E_0 \exp \left[ i \left( \frac{k}{3} (2x + 2y + z) - \omega t \right) \right]$$

L'onde se propage dans le vide et sa longueur d'onde est  $\lambda = 600 \text{ nm}$ .

1. Calculer la fréquence de l'onde. Dans quel domaine du spectre se situe cette onde ?
2. Calculer la valeur numérique de  $k$ .
3. Établir l'équation cartésienne d'un plan d'onde.
4. Exprimer  $\underline{E}_y$  en fonction de  $\underline{E}_x$ .
5. Calculer le champ magnétique  $\vec{B}$  de cette onde.
6. Calculer la densité volumique moyenne d'énergie électromagnétique associée à cette onde.
7. Même question pour le vecteur de Poynting. Commentaire ?

### Exercice 3 : Onde électromagnétique

On donne la représentation complexe du champ électrique d'une onde électromagnétique dans le vide, en coordonnées cartésiennes :

$$\vec{E} = \begin{pmatrix} 0 \\ E_0 \cos\left(\frac{\pi y}{a}\right) e^{i(\omega t - k_0 z)} \\ \underline{\alpha} E_0 \sin\left(\frac{\pi y}{a}\right) e^{i(\omega t - k_0 z)} \end{pmatrix}$$

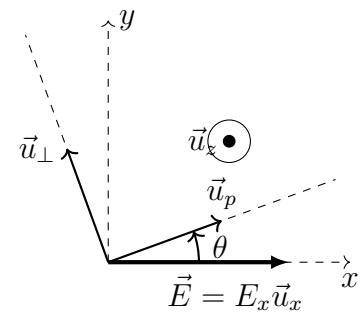
où  $\underline{\alpha}$  est complexe et  $k_0$  réel positif.

1. Déterminer  $\underline{\alpha}$  et  $k_0$  en fonction de  $E_0$ ,  $\omega$ ,  $a$  et  $c$ .
2. Déterminer le champ magnétique  $\vec{B}$  de cette onde.
3. Cette onde est-elle plane ? progressive ? harmonique ? transverse ?
4. Calculer le vecteur de Poynting instantané puis sa moyenne temporelle.

### Exercice 4 : Rotation d'une polarisation rectiligne

On considère une OPPM électromagnétique se propageant dans la direction  $(Oz)$  et polarisée rectilignement dans la direction  $\vec{u}_x$ . On place sur le trajet de cette onde un polariseur orienté pour transmettre une polarisation rectiligne perpendiculaire à  $(Oz)$  et faisant un angle  $\theta$  par rapport au vecteur  $\vec{u}_x$ .

La direction  $\vec{u}_p$  selon laquelle le polariseur transmet une polarisation rectiligne est appelée direction privilégiée. Pour une onde transverse polarisée rectilignement, le polariseur ne transmet que la projection du champ électrique sur la direction privilégiée.



1. Écrire l'expression du champ électrique  $\vec{E}$  de cette onde avant la traversée du polariseur (on introduira les notations nécessaires).
2. En déduire l'expression du champ électrique  $\vec{E}_1$  de l'onde après la traversée du polariseur (on note  $\varphi_0$  le déphasage dû à la traversée).

On définit le coefficient de transmission  $\eta$  d'un polariseur comme le rapport de l'éclairement  $\mathcal{E}_1$  de l'onde à la sortie par l'éclairement  $\mathcal{E}_0$  de l'onde à l'entrée. L'éclairement est donné par la moyenne temporelle de la norme du vecteur de Poynting :  $\mathcal{E} = \langle \|\vec{\Pi}\| \rangle$ .

3. Calculer  $\eta$ .

**Indication :** Utiliser la densité volumique d'énergie électromagnétique (comment se répartissent les contributions magnétiques et électriques ?)

On place maintenant sur le trajet de l'onde une suite de  $N$  polariseurs. Le polariseur  $n$  est orienté pour transmettre une polarisation rectiligne formant un angle  $n\theta$  par rapport à l'axe  $\vec{u}_x$ .

4. Quel est l'éclairement  $\mathcal{E}_N$  de l'onde après la traversée de ces  $N$  polariseurs ?
5. Montrer que pour  $N$  suffisamment grand, le dispositif permet de faire tourner la direction de polarisation rectiligne d'un angle  $\alpha$  quelconque avec une perte d'éclairement négligeable.
6. Combien de polariseurs faut-il utiliser pour faire tourner la direction de polarisation d'un angle de  $90^\circ$  avec une perte d'éclairement inférieure à 1% ?