TD n°19
Interférométrie par division d'amplitude

Exercice 1 : Anneaux d'égale inclinaison ⋆ | ⚓ 🏭

Un interféromètre de Michelson est réglé en lame d'air. Il est éclairé par une source étendue monochromatique de longueur d'onde $\lambda_0 = 546\,\text{nm}$.

1. Où doit-on placer l'écran pour observer des anneaux bien contrastés ?

On utilise une lentille convergente de distance focale $f' = 50\,\text{cm}$. On mesure sur l'écran le rayon du premier anneau brillant $\rho_1 = 4{,}8\,\text{cm}$ et celui du cinquième anneau brillant $\rho_5 = 13{,}3\,\text{cm}$.

2. Déduire de ces deux mesures l'épaisseur e de la lame d'air.

Exercice 2 : Angle d'un coin d'air ⋆ | ⚓ 🏭

On observe les franges d'égale épaisseur produites par un interféromètre de Michelson réglé en coin d'air et éclairé par une onde lumineuse monochromatique de longueur d'onde $\lambda_0 = 589\,\text{nm}$. Les miroirs de l'interféromètre sont circulaires, de diamètre $d = 2\,\text{cm}$. On peut compter 16 franges brillantes sur toute la largeur du miroir. Estimer l'angle α que forment les deux miroirs.

Exercice 3 : Mesure de l'indice de l'air ⋆⋆ | ⚓ 🏭 ⚠

Un interféromètre de Michelson est réglé de manière à observer des franges rectilignes avec une source monochromatique de longueur d'onde $\lambda = 589\,\text{nm}$. Sur l'une des voies, le faisceau traverse une cuve dont la longueur intérieure est $\ell = 1{,}00\,\text{cm}$.

Un détecteur mesure l'intensité en un point fixe du champ d'interférences. Initialement, la cuve est vide et le détecteur est placé sur un maximum d'intensité. On fait entrer l'air dans la cuve jusqu'à ce que la pression soit égale à la pression atmosphérique. On voit défiler alternativement 10 franges noires et 9 franges claires puis le détecteur indique finalement une intensité égale à la moitié de l'intensité maximale.

1. Expliquer comment il faut placer le détecteur si l'interféromètre est éclairé par une source étendue.

2. Déterminer l'indice de réfraction de l'air à la pression atmosphérique.

Exercice 4 : Rayon des anneaux d'égale inclinaison ⋆⋆ | ⚓ 🏭 ⚠

Un interféromètre de Michelson est réglé en lame d'air et éclairé par une lampe à vapeur de mercure devant laquelle on a placé un filtre isolant la raie verte de longueur d'onde dans le vide $\lambda = 546{,}1\,\text{nm}$. On suppose que la lumière est parfaitement monochromatique et on prend $n = 1$.

1. L'épaiseur optique est $e = 1{,}10\,\text{mm}$ et on observe les anneaux dans le plan focal image d'une lentile mince convergente de focale image $f' = 1{,}0\,\text{m}$. Calculer les rayons ρ_1 et ρ_2 des deux premiers anneaux brillants.

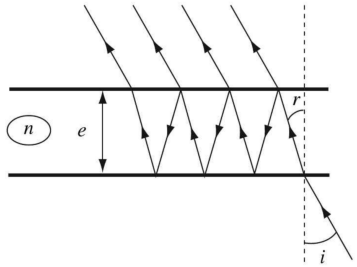
2. On diminue maintenant la valeur de e. Comment les anneaux évoluent-ils sur l'écran ? Calculer la valeur e' de e pour laquelle le premier anneau brillant disparaît. En déduire le rayon ρ'_1 du nouveau premier anneau brillant et comparer à ρ_1.

Exercice 5 : Filtre interférentiel ⋆⋆ | 🏭 🔧 ⚠ 💣

Un filtre interférentiel est une lame transparente, d'indice n et d'épaisseur e, dont les faces sont traitées de manière à :

- réflechir la lumière avec un coefficient de réflexion en amplitude $\rho \simeq 1$
- transmettre la lumière avec un coefficient de transmission en amplitude τ

On peut montrer (voir cours l'électromagnétisme) que la conservation de l'énergie lumineuse impose $\rho^2 + \tau^2 = 1$. Pour un rayon lumineux arrivant sous incidence i, ce dispositif donne une infinité de rayons transmis qui ont subi 0, 2, 4, ..., $2p$ réflexions à l'intérieur de la lame. On suppose que ces réflexions n'introduisent aucun déphasage.



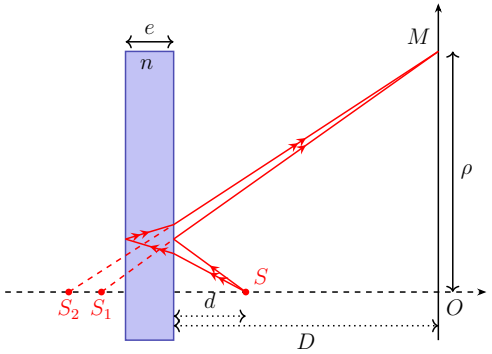
Le nombre d'ondes qui interfèrent étant très élevé, l'intensité transmise sera non nulle uniquement si toutes les ondes sont en phase : on considère que le filtre ne laisse passer que les longueurs d'ondes pour lesquelles les interférences sont constructives. Cette lame se trouve dans de l'air d'indice n_a. Pour les applications numériques, on prendra $n = 1,5$ et $n_a = 1$.

1. On suppose dans cette question que $i = 0$.
   a) Exprimer le déphasage φ entre deux rayons transmis successifs pour une longueur d'onde incidente λ.
   b) Déterminer l'épaisseur que doit avoir la lame pour que la seule radiation visible soit la raie verte du mercure de longueur d'onde $\lambda_0 = 546\,\text{nm}$.

2. On considère maintenant $i \neq 0$.
   a) Exprimer le déphasage φ entre deux rayons transmis successifs en fonction de l'angle r, de e et de l'indice n pour une longueur d'onde incidente λ.
   b) De quelle couleur apparaît le filtre de la question précédente lorsqu'on regarde à travers sous un angle $i = 60°$?
   c) Calculer la vibration $\underline{s}_m$ du rayon transmis ayant subi m réflexions sur chaque face, en fonction de l'amplitude s_0 du rayon incident, de ρ, τ, m et de φ.
   d) Déterminer alors la vibration totale $\underline{s}$ en sortie de la lame puis l'intensité transmise I pour une infinité d'ondes transmises.
   e) Exprimer l'intensité transmise dans les cas $\varphi = 0$ puis $\varphi = \pi$. Faire les applications numériques avec $\rho = 0,99$.
   f) Tracer la courbe $I(\varphi)$ et commenter.

Exercice 6 : Franges de Pohl ★★ |

L'utilisation d'une lame mince, à faces parallèles, en verre ou en mica, d'indice n, permet d'observer un phénomène d'interférences. La figure ci-dessous présente le dispositif expérimental pour une source ponctuelle monochromatique S de longueur d'onde λ_0 dans l'air assimilé au vide.



L'écran est situé parallèlement à la lame, à une distance D de celle-ci, la source S étant située à une distance d de la lame. Deux rayons issus de S interfèrent en M situé à la distance ρ de O. Le premier se réfléchit sur la face avant de la lame, ce qui rajoute un déphasage supplémentaire de π. Le second se réfléchit sur la face arrière sans introduire de déphasage. On suppose $e \ll D$ et $\rho \ll D$.

1. Montrer, en argumentant, la présence d'interférences sur l'écran.
2. Déterminer, sans faire de calculs, la forme de la figure d'interférences.
3. Déterminer le chemin optique $(SM)_1$ associé au premier rayon en fonction de d, D, ρ et λ_0.

On donne pour le second rayon pour e et ρ très petits : $(SM)_2 = D + d + 2ne + \dfrac{\rho^2}{2(D+d+2e)}$.

4. Déterminer une expression approchée de la différence de marche δ et de l'ordre d'interférence p.
5. Donner l'ordre et le rayon du premier cercle brillant. Faire les applications numériques avec $d + D = 1{,}25\,\text{m}$, $n = 1{,}617$, $e = 13\,\mu\text{m}$ et $\lambda_0 = 580\,\text{nm}$.

Exercice 7 : Spectrométrie par tranformée de Fourier ★★★ |

On considère un interféromètre de Michelson en lame d'air, éclairé par une lampe au mercure dont on isole, par un filtre, la raie verte de longueur d'onde λ.

1. Représenter l'interféromètre et préciser la localisation des franges. Justifier qu'il s'agit d'anneaux.
2. On déplace le miroir mobile de 2λ. Qu'observe-t-on ?

Le miroir mobile est motorisé, et se déplace avec une vitesse constante $v_0 = 1{,}0\,\mu\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$. On place un photodétecteur au centre de la figure d'interférences, il renvoie une tension image de l'éclairement de la forme

$$u(t) = U_0 + U_1 \cos(\Omega t + \varphi)$$

3. Justifier l'expression de u et exprimer Ω en fonction de v_0 et λ.
4. On décide de numériser le signal. Quelle précaution faut-il prendre ?
5. Une transformée de Fourier numérique de u donne un pic à la fréquence $f = 3{,}7\,\text{Hz}$. En déduire λ.

Exercice 8 : Mesure de l'épaisseur d'un film alimentaire ★★★ |

Afin de déterminer l'épaisseur d'un film alimentaire, on règle un interféromètre de Michelson dans la configuration du coin d'air à partir du contact optique. On éclaire l'interféromètre avec une source de lumière blanche et on observe des franges irisées rectilignes, avec une frange blanche au centre de la figure d'interférence.

1. Quels réglages doit-on effectuer pour observer ces franges ?

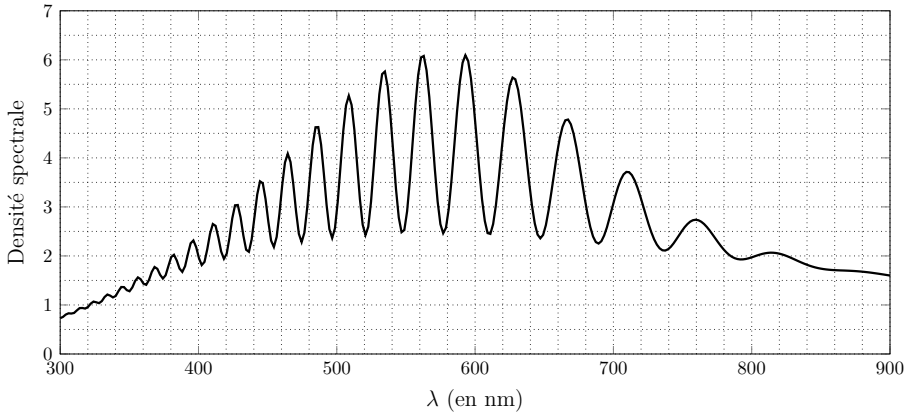
On interpose, devant le miroir mobile de l'interféromètre, un morceau de film alimentaire assimilé à une lame mince à faces parallèles d'épaisseur e et d'indice optique $n = 1{,}53$. Les franges ne sont alors plus visibles.

2. Interpréter cette observation et en déduire une valeur minimale de l'épaisseur e.

Une première méthode pour mesurer l'épaisseur de film alimentaire consiste à déplacer le miroir mobile pour compenser la différence de marche supplémentaire introduite par le film et ainsi voir réapparaître les franges.

3. a) Faut-il rapprocher ou éloigner le miroir mobile de la séparatrice ?
   b) De quelle distance ?
   c) Cette méthode vous paraît-elle suffisamment précise sachant que la position du miroir est repérée grâce à une vis micrométrique dont la plus petite graduation correspond à un centième de millimètre ?

La deuxième méthode proposée est une méthode spectrale. À l'aide d'un spectroscope, on réalise l'analyse spectrale de la lumière qui passe à travers une fente positionnée à l'endroit où était observée la frange centrale avant d'insérer le film alimentaire. Le spectre obtenu est tracé ci-dessous :



4. Expliquer pourquoi ce spectre est qualifié de *cannelé*. Déterminer les longueurs d'ondes des cannelures les plus apparentes.
5. En déduire une estimation de l'épaisseur e de film alimentaire.
