TD n°20
Frottements solides

Exercice 1 : Distance d'arrêt ★ | ⚓

Un jeton de masse m est lancé sur un plan horizontal avec une vitesse initiale de norme v_0. Quelle distance parcourt-il avant de s'arrêter ? On introduira un coefficient de frottement dynamique noté f.

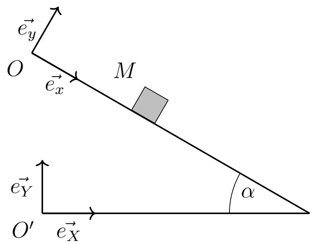
Exercice 2 : Position d'une échelle contre un mur ★★ | ♝♜

On étudie une échelle de hauteur h posée contre un mur vertical et dont l'autre extrémité repose sur le sol horizontal. On suppose qu'il n'y a pas de frottements entre l'échelle et le mur, le coefficient de frottement de l'échelle sur le sol est noté f.

Un utilisateur de masse m très grande devant la masse de l'échelle grimpe à l'échelle (on suppose qu'il reste vertical). Quelles sont les conditions à respecter pour ne pas que l'échelle glisse sur le sol ?

Exercice 3 : Étude d'un mobile sur plan incliné ★★ | ⚓ ♝♜

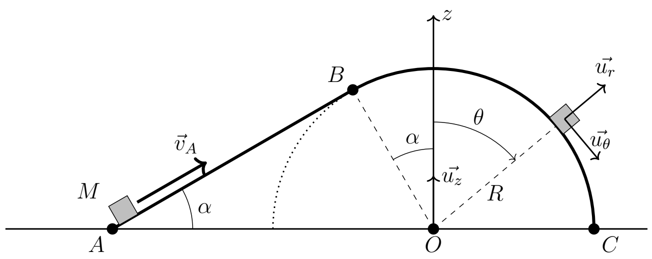
Un palet de hockey modélisé par un point matériel M de masse m glisse sur un plan incliné d'un angle α par rapport à l'horizontale avec un coefficient de frottement f constant. Le mouvement s'effectue suivant l'axe (Ox) avec les conditions initiales suivantes : $\overrightarrow{OM}_0 = \vec{0}$ et $\vec{v}_0 = -v_0\vec{u}_x$.



1. Quel est le référentiel d'étude ? Le système de coordonnées le plus adapté ?
2. Faire un bilan des forces, les représenter sur le schéma.
3. Établir le système d'équation différentielle qui régit le mouvement.
4. Déterminer alors les équations horaires lors de la phase ascandente du palet.
5. Exprimer le temps t_1 correspondant au sommet de la trajectoire ainsi que la position x_1 à ce moment.

Exercice 4 : Étude d'un palet sur une piste ★★ | ⚓ ♝♜ ⛑ ⚠

Un palet M de masse $m = 5{,}0\,\text{kg}$, assimilé à un point matériel, est lancé sur une piste composée d'une partie rectiligne AB inclinée d'un angle $\alpha = 30°$ par rapport à l'horizontale et d'une partie circulaire BC de rayon $R = 2\,\text{m}$ d'angle $\widehat{BOC} = \frac{\pi}{2} + \alpha$:



Le palet est initialement lancé avec une vitesse v_A et glisse sans frottements sur la piste. On désigne par $g = 10\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$ l'intensité du champ de pesanteur. Toute l'étude s'effectue dans le référentiel terrestre, supposé galiléen.

1. Déterminer la vitesse v_B au point B en fonction de v_A et des constantes du problème.
2. Pour que le palet arrive jusqu'au point B, il faut donc que $v_A > v_{min}$. Faire l'application numérique de v_{min}. Dans la suite, on suppose la condition $v_A > v_{min}$ vérifiée.
3. Exprimer la durée τ de parcours de la portion AB.
   Astuce : Commencer par trouver l'expression de la vitesse sur la partie AB en fonction du temps, de v_A et des constantes.
4. Déterminer l'expression de la norme de la réaction normale $\vec{N} = N\vec{u_r}$ du support sur M lors de la phase du mouvement sur l'arc BC.
5. Trouver la condition sur v_A pour que le palet ne décolle pas de la piste en B (c'est-à-dire pour que le palet reste sur la piste après B).
   Astuce : À quelle condition le palet décolle-t-il ?
6. Dans ces conditions, déterminer la valeur $\theta_d > 0$ de θ lorsque le palet quitte la piste.
   Astuce : En appliquant le théorème de l'énergie cinétique, commencer par trouver l'expression de la vitesse sur la partie BC.

Exercice 5 : Démarrage en trombe ⋆⋆⋆ |

Un cylindre homogène de rayon R et de masse m est animé d'un mouvement de rotation à la vitesse angulaire ω_0 autour de son axe de symétrie que l'on place à l'horizontale. À l'instant initial $t = 0$, on le dépose sans vitesse linéaire sur un plan horizontal et on le laisse évoluer. On note f le coefficient de frottement dynamique du cylindre sur le plan. On rappelle que le moment d'inertie d'un cylindre plein par rapport à son axe vaut $J = \dfrac{mR^2}{2}$.

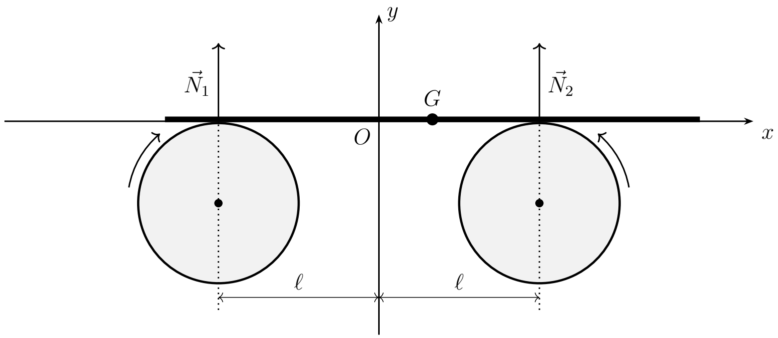
1. Déterminer le temps t_1 au bout duquel le mouvement devient un roulement sans glissement.

2. Exprimer le travail W de la force de frottement.

3. Quelle est la distance ℓ parcourue pendant t_1 ?

Exercice 6 : Un curieux oscillateur ⋆⋆ |

Un planche mince, homogène, de masse m repose horizontalement sur deux cylindres tournant en sens inverse, comme indiqué sur la figure ci-dessous.



Les axes des deux cylindres sont distants de 2ℓ et on désigne par f_d le coefficient de frottement dynamique de la planche sur les cylindres. À l'instant initial, la planche est posée sur les cylindres sans vitesse initiale dans une position quelconque, son centre d'inertie G n'étant pas sur l'axe (Oy). On suppose que les cylindres tournent assez vite pour que la planche glisse en permanence sur les deux rouleaux.

1. Déterminer les composantes verticales N_1 et N_2 des réactions des deux cylindrss en fonction de l'abscisse x de G.

2. Montrer que cette planche effectue des oscillations dont on déterminera la période.

Exercice 7 : Tige qui bascule ⋆⋆⋆ |

On place une tige de longueur ℓ et de masse m à la verticale ($\theta = 0$) sur un support horizontal fixe. À l'instant $t = 0$, on lache la tige sans vitesse initiale qui tombe sans frottements. On note $J = \dfrac{m\ell^2}{3}$ le moment d'inertie de la tige par rapport au point de contact A avec le support.

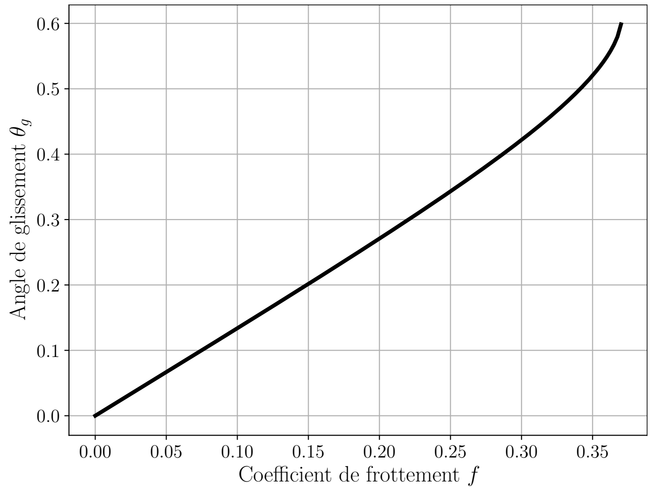
1. Dans un premier temps, on suppose A fixe.
   a) Calculer la vitesse angulaire en $\theta = \pi/2$.
   b) Déterminer les composantes normale et tangentielles qu'exerce le support sur la tige en A en fonction de θ.

On suppose maintenant que le point A peut bouger. On note f le coefficient de frottement statique entre la tige et le support.

2. Déterminer la relation entre l'angle θ_g à partir duquel le point A glisse et le coefficient de frottement statique f.

3. Déterminer l'expression de θ_g en fonction de f dans l'hypothèse des petits angles.

Dans le cas général, la résolution numérique de l'équation précédente permet d'obtenir l'évolution de θ_g en fonction de f, tracée ci–dessous.



4. Commenter.