TD n°21
Changements de référentiels

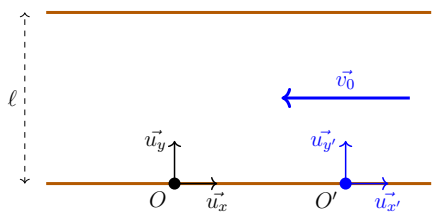
Exercice 1 : Chute de neige ★ | ⚓ 🏗

Le passager d'une voiture observe que la neige tombe en formant un angle de 60° par rapport à la verticale lorsque celui-ci roule à $70\,\mathrm{km\cdot h^{-1}}$. Lorsque la voiture s'arrête à un feu tricolore, le passager regarde la neige tomber et constate que celle-ci tombe verticalement.

Calculer la vitesse de la neige par rapport au sol puis par rapport à la voiture lorque celle-ci roulait à $70\,\mathrm{km\cdot h^{-1}}$.

Exercice 2 : Traversée d'une rivière ★★ | ⚓ 🏗

Un bateau dont la vitesse par rapport à l'eau est v_1 veut traverser une rivière de largeur ℓ en présence d'un courant de vitesse uniforme $v_0 < v_1$.



On définit le référentiel $(\mathcal{R})$ de la rive et la base associée $(\vec{u_x}, \vec{u_y})$ centrée en O. On note aussi $(\mathcal{R}')$ le référentiel qui se déplace avec le courant et $(\vec{u_{x'}}, \vec{u_{y'}})$ la base associée, centrée sur O'.

1. Quelle direction doit prendre le bateau pour que le chemin parcouru soit le plus court ? Que valent alors la distance parcourue par rapport à la rive et le temps de trajet ?
2. Quelle direction doit prendre le bateau pour que le temps de trajet soit le plus rapide ? Que valent alors la distance parcourue par rapport à la rive et le temps de trajet ?

Exercice 3 : Manège ★★ | ⚓ 🏗 🔧

Un manège d'enfant tourne à une vitesse angulaire $\vec{\omega} = \omega\vec{u}_z$ constante (avec $\omega > 0$). Le ramasseur de ticket se déplace sur le manège. On note $(\mathcal{R})$ le référentiel lié au sol et la base associée $(\vec{u_x}, \vec{u_y})$ centrée en O. On note aussi $(\mathcal{R}')$ le référentiel tournant lié au manège et $(\vec{u_{x'}}, \vec{u_{y'}})$ la base associée, centrée sur $O' = O$. On associe à l'homme une base polaire $(\vec{u_r}, \vec{u_\theta})$ dans $\mathcal{R}'$.
Dans un premier temps, l'homme parcourt la plate forme du manège le long d'un rayon : il part du centre à $t = 0$ et s'en éloigne à vitesse constante v_0.

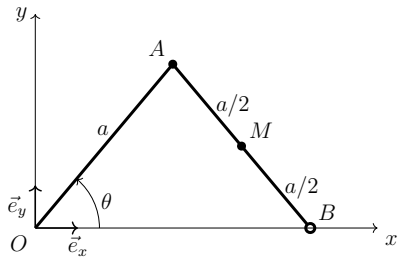
1. Établir l'équation de la trajectoire de l'homme :
   a) dans le référentiel du manège (vu par les enfants)
   b) dans le référentiel lié au sol (vu par les parents)
2. Déterminer la vitesse absolue de l'homme (dans $(\mathcal{R})$) de deux manières :
   a) en partant de l'équation de la trajectoire
   b) par les lois de composition des vitesses
3. Même question pour l'accélération absolue (avec les deux méthodes).

L'homme décide de changer de stratégie pour contrôler les tickets : il parcourt maintenant le manège suivant un cercle de rayon R_0 concentrique au manège, à la vitesse angulaire constante ω'.

4. Reprendre les questions précédentes (trajectoire, vitesse et accélération absolues). Vérifier les résultats dans le cas particulier $\omega' = -\omega$.

Exercice 4 : Mouvement bielle-manivelle ★★ | ⚓ 🏗 🔧

On considère un système bielle-manivelle comme représenté ci–contre. La manivelle OA, de longueur a, tourne à vitesse constante $\omega = \dot{\theta}$. La bielle AB, de même longueur a, est reliée en B au coulisseau astreint à se déplacer suivant l'axe Ox.

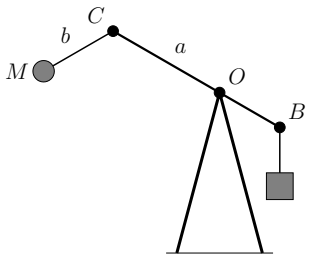


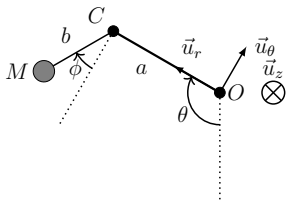
On appelle $\mathcal{R}$ le référentiel du laboratoire fixe centré en O et $\mathcal{R}'$ le référentiel lié à A en translation circulaire par rapport à $\mathcal{R}$.

1. Déterminer la trajectoire du milieu de la bielle dans le référentiel $\mathcal{R}$.
2. Déterminer l'accélération de ce point M dans $\mathcal{R}$ et montrer qu'elle possède une propriété particulière.
3. Déterminer l'accélération de M dans $\mathcal{R}'$ ainsi que l'accélération d'entrainement et retrouver l'accélération dans $\mathcal{R}$.

Exercice 5 : Le trébuchet ★★ | ⚓ 🏗 ⊗

Un trébuchet (voir figure ci-dessous) était une arme du Moyen-Âge qui permettait d'envoyer des charges lourdes contre des murailles. Il est composé d'une poutre BC à laquelle est fixée un contre-poids en B. En C, est attachée une corde au bout de laquelle une poche contient le projectile M (boulet en pierre en général).





La direction OC est repérée par l'angle θ par rapport à la verticale et la direction de CM par ϕ par rapport à la direction perpendiculaire à OC. On note $\mathcal{R}_S$ le référentiel fixe lié au sol et $\mathcal{R}_C$ celui lié au point C et à la base $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta)$.

1. Quel est le mouvement de $\mathcal{R}_C$ par rapport à $\mathcal{R}_S$?
2. On suppose que la corde CM reste tendue. En déduire la vitesse de M dans $\mathcal{R}_C$ et l'exprimer dans la base $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta)$ en fonction de b, ϕ et $\dot{\phi}$.
3. Déterminer le vecteur $\vec{OM}$ dans la base $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta)$. En déduire la vitesse d'entraînement du point M dans $\mathcal{R}_S$.
4. Le projectile est lâché lorsque $\theta = \pi$ et $\phi = \frac{\pi}{2}$ ($BOCM$ est alors vertical). Déterminer la vitesse du point M dans $\mathcal{R}_S$ à ce moment en fonction de a, b, $\dot{\phi}$ et $\dot{\theta}$.
5. Comparer à la vitesse qu'aurait eu le point M s'il n'y avait qu'un seul bras rigide de longueur $a + b$. Commenter sur l'intérêt du trébuchet.