

TD n°21

Changements de référentiels

Exercice 1 : Chute de neige

★ | 📌 📐

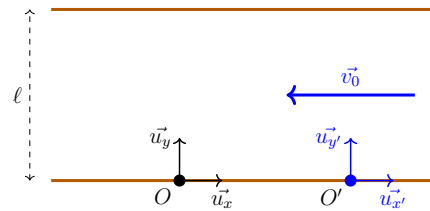
Le passager d'une voiture observe que la neige tombe en formant un angle de 60° par rapport à la verticale lorsque celui-ci roule à $70 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$. Lorsque la voiture s'arrête à un feu tricolore, le passager regarde la neige tomber et constate que celle-ci tombe verticalement.

Calculer la vitesse de la neige par rapport au sol puis par rapport à la voiture lorsque celle-ci roulait à $70 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$.

Exercice 2 : Traversée d'une rivière

★★ | 📌 📐

Un bateau dont la vitesse par rapport à l'eau est v_1 veut traverser une rivière de largeur ℓ en présence d'un courant de vitesse uniforme $v_0 < v_1$.



On définit le référentiel (\mathcal{R}) de la rive et la base associée (\vec{u}_x, \vec{u}_y) centrée en O . On note aussi (\mathcal{R}') le référentiel qui se déplace avec le courant et $(\vec{u}_{x'}, \vec{u}_{y'})$ la base associée, centrée sur O' .

1. Quelle direction doit prendre le bateau pour que le chemin parcouru soit le plus court ? Que valent alors la distance parcourue par rapport à la rive et le temps de trajet ?
2. Quelle direction doit prendre le bateau pour que le temps de trajet soit le plus rapide ? Que valent alors la distance parcourue par rapport à la rive et le temps de trajet ?

Exercice 3 : Manège

★★ | 📌 📐

Un manège d'enfant tourne à une vitesse angulaire $\vec{\omega} = \omega \vec{u}_z$ constante (avec $\omega > 0$). Le ramasseur de ticket se déplace sur le manège. On note (\mathcal{R}) le référentiel lié au sol et la base associée (\vec{u}_x, \vec{u}_y) centrée en O . On note aussi (\mathcal{R}') le référentiel tournant lié au manège et $(\vec{u}_{x'}, \vec{u}_{y'})$ la base associée, centrée sur $O' = O$. On associe à l'homme une base polaire $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta)$ dans \mathcal{R}' .

Dans un premier temps, l'homme parcourt la plate forme du manège le long d'un rayon : il part du centre à $t = 0$ et s'en éloigne à vitesse constante v_0 .

1. Établir l'équation de la trajectoire de l'homme :
 - a) dans le référentiel du manège (vu par les enfants)
 - b) dans le référentiel lié au sol (vu par les parents)
2. Déterminer la vitesse absolue de l'homme (dans (\mathcal{R})) de deux manières :
 - a) en partant de l'équation de la trajectoire
 - b) par les lois de composition des vitesses
3. Même question pour l'accélération absolue (avec les deux méthodes).

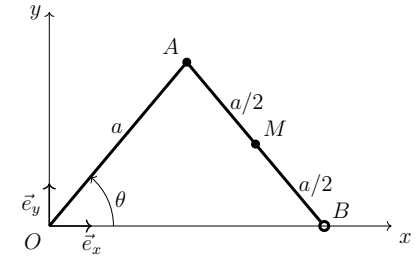
L'homme décide de changer de stratégie pour contrôler les tickets : il parcourt maintenant le manège suivant un cercle de rayon R_0 concentrique au manège, à la vitesse angulaire constante ω' .

4. Reprendre les questions précédentes (trajectoire, vitesse et accélération absolues). Vérifier les résultats dans le cas particulier $\omega' = -\omega$.

Exercice 4 : Mouvement bielle-manivelle

★★ | 📌 📐

On considère un système bielle-manivelle comme représenté ci-contre. La manivelle OA , de longueur a , tourne à vitesse constante $\omega = \dot{\theta}$. La bielle AB , de même longueur a , est reliée en B au coulisseau astreint à se déplacer suivant l'axe Ox .



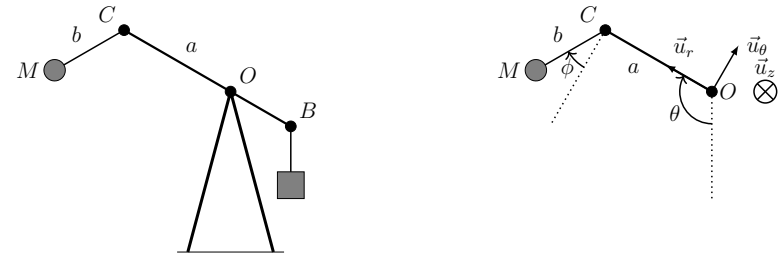
On appelle \mathcal{R} le référentiel du laboratoire fixe centré en O et \mathcal{R}' le référentiel lié à A en translation circulaire par rapport à \mathcal{R} .

1. Déterminer la trajectoire du milieu de la bielle dans le référentiel \mathcal{R} .
2. Déterminer l'accélération de ce point M dans \mathcal{R} et montrer qu'elle possède une propriété particulière.
3. Déterminer l'accélération de M dans \mathcal{R}' ainsi que l'accélération d'entraînement et retrouver l'accélération dans \mathcal{R} .

Exercice 5 : Le trébuchet

★★ | 📌 📐

Un trébuchet (voir figure ci-dessous) était une arme du Moyen-Âge qui permettait d'envoyer des charges lourdes contre des murailles. Il est composé d'une poutre BC à laquelle est fixée un contrepoids en B . En C , est attachée une corde au bout de laquelle une poche contient le projectile M (boulet en pierre en général).



La direction OC est repérée par l'angle θ par rapport à la verticale et la direction de CM par ϕ par rapport à la direction perpendiculaire à OC . On note \mathcal{R}_S le référentiel fixe lié au sol et \mathcal{R}_C celui lié au point C et à la base $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta)$.

1. Quel est le mouvement de \mathcal{R}_C par rapport à \mathcal{R}_S ?
2. On suppose que la corde CM reste tendue. En déduire la vitesse de M dans \mathcal{R}_C et l'exprimer dans la base $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta)$ en fonction de b , ϕ et $\dot{\phi}$.
3. Déterminer le vecteur $O\vec{M}$ dans la base $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta)$. En déduire la vitesse d'entraînement du point M dans \mathcal{R}_S .
4. Le projectile est lâché lorsque $\theta = \pi$ et $\phi = \frac{\pi}{2}$ ($BOCM$ est alors vertical). Déterminer la vitesse du point M dans \mathcal{R}_S à ce moment en fonction de a , b , $\dot{\phi}$ et $\dot{\theta}$.
5. Comparer à la vitesse qu'aurait eu le point M s'il n'y avait qu'un seul bras rigide de longueur $a + b$. Commenter sur l'intérêt du trébuchet.