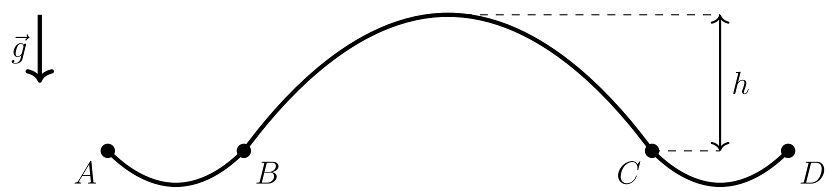
TD n°22
Référentiels non-galiléens

Exercice 1 : Planète fictive

Quel serait la durée d'un jour si la vitesse angulaire de rotation de la Terre était telle que la pesanteur soit nulle à l'équateur ?

Exercice 2 : Impesanteur

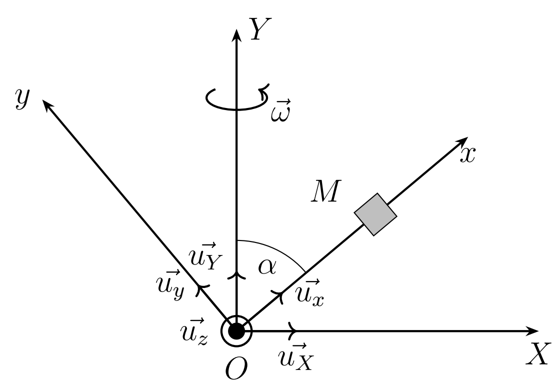
Pour entraîner les astronautes à l'impesanteur, il existe des vols que l'on appelle "zéro G" réalisés en avion. L'avion décrit la trajectoire $ABCD$ ci-dessous :



1. Quelle doit être la trajectoire BC pour obtenir l'effet d'impesanteur durant cette phase de vol ?
2. Déterminer alors les équations horaires décrivant la position de l'avion le long de BC.
3. Les possibilités de l'avion limitent la hauteur du vol à $h = 9\,\text{km}$. Quelle est la durée maximale T de la phase d'impesanteur ? On supposera que g est constant.
4. Dans ces conditions d'impesanteur, un objet lâché dans l'avion possède dans le référentiel $\mathcal{R}'$ de l'avion un mouvement rectiligne et uniforme (ou reste immobile). Pourtant, ce référentiel $\mathcal{R}'$ n'est pas galiléen ! Cette expérience met-elle en défaut le principe d'inertie ?

Exercice 3 : Tige en rotation autour d'un axe

Un axe matériel (Ox) faisant un angle α par rapport à la verticale est animé d'un mouvement de rotation uniforme de vitesse angulaire $\vec{\omega} = \omega \vec{u_Y}$ orienté selon la verticale. Une particule M de masse m glisse dans frottements sur la tige. Le référentiel terrestre $\mathcal{R} = (O, X, Y, Z)$ est supposé galiléen, on note $\Omega = \omega \sin \alpha$.



1. Faire un bilan des forces qui s'appliquent au point M dans le référentiel tournant lié à la tige.
2. Déterminer la position d'équilibre x_0 de la particule sur la tige.
3. On lâche la particule M sans vitesse initiale relativement à (Ox) à une distance a de x_0. Donner l'expression de x en fonction du temps.
4. Quelle est la nature de la position d'équilibre x_0 ?
5. Calculer, à l'instant t, la composante orthoradiale de la réaction de M sur la tige. Commentaire.

Exercice 4 : Manège (le retour)

On étudie un manège constitué d'un énorme cylindre vertical qui tourne autour de son axe. Les passagers pénètrent à l'intérieur et se placent contre la paroi du cylindre. Le manège est mis en rotation de plus en plus vite et lorsque la vitesse de rotation est suffisamment grande, le plancher est retiré : les passagers restent collés contre la paroi et ne tombent pas.

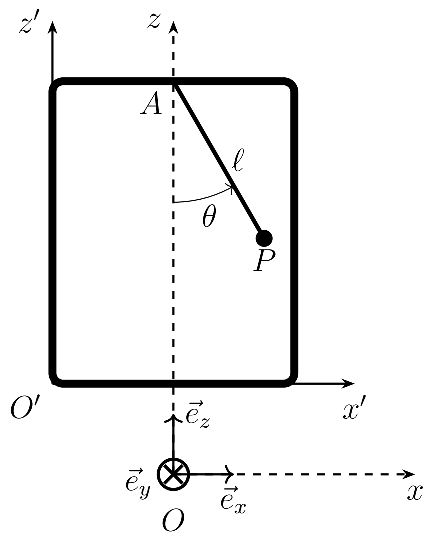
1. Expliquer pourquoi les passagers ne tombent pas.

2. On note μ le coefficient de frottement statique des passagers sur la paroi. Déterminer l'expression ω_m de la vitesse de rotation minimale du manège en fonction de son rayon R, de g et de μ à partir de laquelle le plancher peut-être retiré.

3. Faire l'application numérique avec $R = 4\,\mathrm{m}$ et $\mu = 0{,}4$ et exprimer le résultat en tours par minute.

Exercice 5 : Pendule dans un ascenseur

On considère un pendule simple constitué d'un point matériel P de masse m suspendu au point A par un fil inextensible de longueur ℓ et de masse négligeable. On note θ l'angle que fait le fil avec l'axe vertical (Oz). Le référentiel terrestre $\mathcal{R} = (O, x, y, z)$ est supposé galiléen et on introduit le référentiel $\mathcal{R}' = (O', x', y', z')$ de l'ascenseur dont les axes sont parallèles à ceux de $\mathcal{R}$. $\mathcal{R}'$ est animé d'un mouvement de translation rectiligne d'accélération constante $\vec{a} = a\vec{e}_z$ par rapport à $\mathcal{R}$. On néglige les frottements.



1. Dans le référentiel de l'ascenseur, effectuer le bilan des forces agissant sur P. Établir l'équation différentielle du mouvement de P en utilisant le théorème du moment cinétique en A dans le référentiel de l'ascenseur.

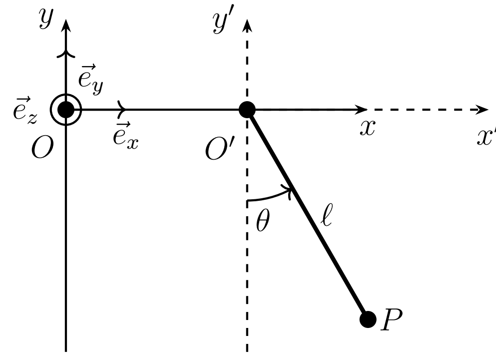
2. Retrouver cette équation différentielle en appliquant le principe fondamental de la dynamique dans le référentiel de l'ascenseur.

3. Quelle est la période T des petites oscillations de ce pendule ?

4. Que se passe-t-il si l'ascenseur est en chute libre ?

Exercice 6 : Pendule accéléré

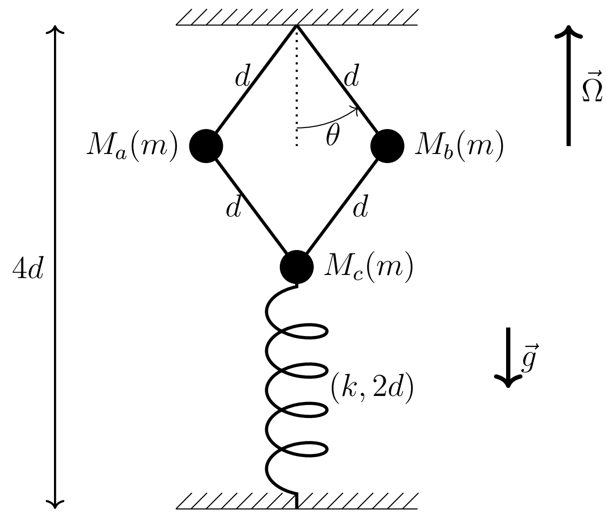
On considère un pendule simple constitué d'un point matériel P de masse m suspendu au point O' par un fil inextensible de longueur ℓ et de masse négligeable. On note θ l'angle que fait le fil avec l'axe vertical $(O'y')$. Le référentiel terrestre $\mathcal{R} = (O, x, y, z)$ est supposé galiléen et on introduit le référentiel $\mathcal{R}' = (O', x', y', z')$ dont les axes sont parallèles à ceux de $\mathcal{R}$. $\mathcal{R}'$ est animé d'un mouvement de translation rectiligne d'accélération constante $\vec{a} = a\vec{e}_x$.



1. Calculer le moment $\mathcal{M}_{O'}(\vec{f}_{ie})$ en O' de la force d'inertie d'entrainement qui s'applique au point P dans le référentiel $\mathcal{R}'$.
2. Calculer de même le moment $\mathcal{M}_{O'}(\vec{f}_{ic})$ en O' de la force d'inertie de Coriolis qui s'applique sur le point P dans $\mathcal{R}'$.
3. Appliquer alors le théorème du moment cinétique et en déduire l'équation différentielle à laquelle obéit l'angle θ.
4. Déterminer la valeur θ_0 de l'angle correspondant à l'équilibre du pendule.
5. Exprimer la période T des petites oscillations autour de la position d'équililbre θ_0 en fonction de ℓ, a et g.

Exercice 7 : Régulateur à boules

Dans le dispositif suivant, les diverses tiges ont une longueur d et une masse négligeable. Les trois billes ont une masse m. Le ressort de masse négligeable a une constante de raideur k et une longueur à vide $2d$. Le système tourne à vitesse angulaire constante Ω.



1. Donner l'expression de l'énergie potentielle d'inertie d'entraînement de chacune des boules.
2. Déterminer la ou les valeurs de θ à l'équilibre.
