

**DS 3 (4 heures)**  
***Thermodynamique (CCP)***

La calculatrice est **autorisée**

La plus grande importance sera apportée au soin de la copie ainsi qu'à la clarté des raisonnements. Toute réponse, même qualitative, se doit d'être justifiée. Les affirmations, même justes, mais non justifiées ne seront pas prises en compte. Les résultats doivent être **encadrés**.

En cas de non respect de ces consignes, un malus sera attribué à la copie comme indiqué dans les tableaux suivants qui stipulent les critères et les effets sur la note le cas échéant :

Critère	Indicateur
Lisibilité de l'écriture	L'écriture ne ralentit pas la lecture.
Respect de la langue	La copie ne comporte pas de fautes d'orthographe ni de grammaire.
Clarté de l'expression	La pensée du candidat est compréhensible à la première lecture.
Propreté de la copie	La copie comporte peu de ratures, réalisées avec soin et les parties qui ne doivent pas être prises en compte par le correcteur sont clairement et proprement barrées.
Identification des questions	Les différentes parties du sujet sont bien identifiées et les réponses sont numérotées avec le numéro de la question.
Mise en évidence des résultats	Les résultats littéraux et numériques sont clairement mis en évidence.

Nombre de critères non respectés	Palier de Malus	Effet sur la note
0	0	aucun
1-2	1	-3.3%
3-4	2	-6.7%
5-6	3	-10%

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

## Exercice 1 : Isolation thermique d'une maison

### I – Étude d'un mur simple

Considérons un mur de bâtiment (chalet de montagne en plein hiver par exemple) constitué d'un matériau homogène, isotrope, de masse volumique  $\rho$ , de capacité thermique massique  $c$  et de conductivité thermique  $\lambda$ , supposées constantes.

Le mur est limité par deux plans ( $Oyz$ ) parallèles, distants de  $e_B$  (FIGURE 1). Les températures constantes  $T_{int}$  et  $T_{ext}$  (avec  $T_{int} > T_{ext}$ ) sur les deux faces correspondent respectivement aux températures de l'air à l'intérieur et à l'extérieur du bâtiment. L'étude est unidimensionnelle, la chaleur se propageant uniquement dans la direction  $Ox$  normale à ces plans.

En un point  $M$  d'abscisse  $x$  dans le mur, la température est notée  $T(x)$ . Les dimensions de la surface  $S$  du mur dans le plan ( $Oyz$ ) sont supposées grandes par rapport à son épaisseur et aucune ouverture n'est sensée venir perturber les transferts thermiques dans le mur. L'étude est réalisée en régime permanent. Pour débiter, seuls les phénomènes conductifs sont pris en compte.

- Q.1** Établir, en justifiant chaque étape de votre raisonnement, l'équation différentielle de la diffusion à laquelle obéit la température  $T(x)$ .
- Q.2** En déduire la loi d'évolution de la température  $T(x)$ . Commenter.
- Q.3** Exprimer le vecteur flux surfacique (ou vecteur densité de courant thermique)  $\vec{j}_Q = J_Q \vec{u}_x$  dans le mur. Justifier son orientation.
- Q.4** Déterminer le flux thermique total  $\Phi$  traversant le mur.
- Q.5** Rappeler les grandeurs analogues de  $\Phi$  et de  $T_{int} - T_{ext}$  en électrocinétique. En déduire l'expression de la résistance thermique surfacique  $R_{th} = \frac{T_{int} - T_{ext}}{J_Q}$  et préciser son unité.

Les caractéristiques d'un mur en béton armé (épaisseur  $e_B = 20$  cm et conductivité thermique  $\lambda$ ) sont mentionnées dans la TABLE 1 relatif aux différents matériaux. Les températures sur les faces intérieure et extérieure du mur valent respectivement  $T_{int} = 19$  °C et  $T_{ext} = -15$  °C.

Le coefficient de transmission surfacique ou coefficient de déperdition thermique noté  $U$  évalue la facilité avec laquelle le transfert thermique s'effectue à travers la surface d'échange. Il représente le flux thermique par unité de surface pour une différence de température d'un degré entre les deux milieux extrêmes.

- Q.6** Calculer le flux surfacique  $J_Q$  et le coefficient de transmission surfacique  $U$  du mur.
- Q.7** Représenter, en annexe sur la FIGURE A (à rendre avec la copie), le profil de température dans le mur en béton armé.
- Q.8** Déterminer numériquement la profondeur  $e_{HG}$  du mur demeurant «hors gel».

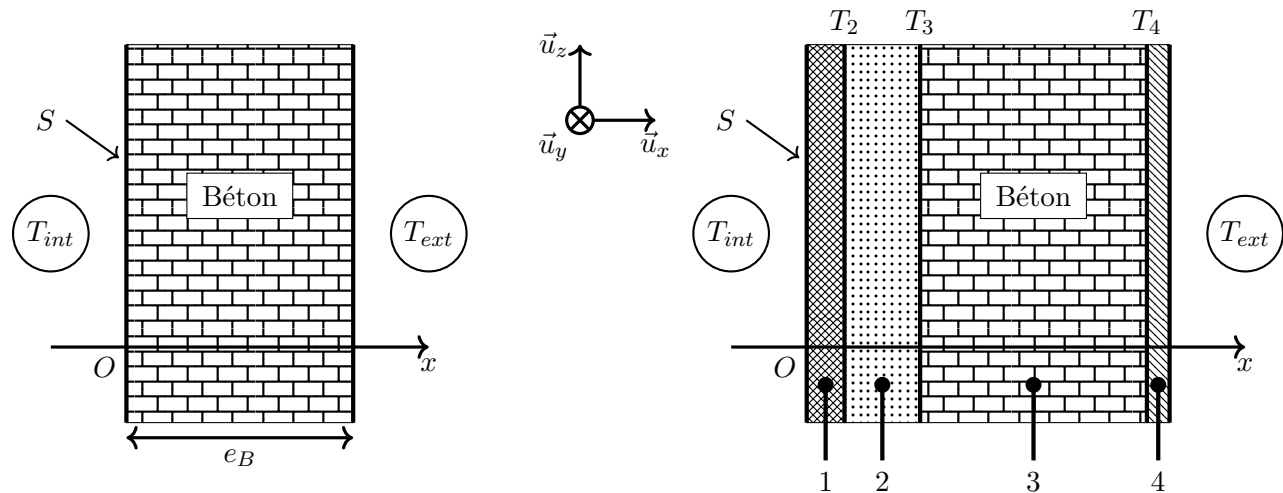


FIGURE 1 – Vue en coupe du mur simple (gauche) et du mur composite (droite)

Couche n°	1	2	3	4
Matériau	Plâtre	Laine de verre	Béton	Crépis
Épaisseur $e_j$ (cm)	5	8	20	2
Conductivité thermique $\lambda_j$ ( $\text{W} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$ )	0,30	0,04	1,75	0,90

TABLE 1 – Tableau récapitulatif des matériaux du mur composite

## II – Étude du mur composite

Le mur a maintenant une structure composite : il comporte quatre matériaux différents (de l'intérieur vers l'extérieur du bâtiment : carreaux de plâtre, laine de verre, béton armé, crépis extérieur). Ces matériaux sont supposés homogènes et isotropes, référencés  $j = 1, 2, 3, 4$ , d'épaisseur  $e_j$ , de conductivités thermiques  $\lambda_j$ . Ils sont en contact parfait et possèdent des surfaces limites isothermes (FIGURE 1). Les températures des faces extrêmes sont toujours notées  $T_{int}$  et  $T_{ext}$  (avec  $T_{int} > T_{ext}$ ). Le régime est permanent et aucune source interne de chaleur n'est présente dans le mur.

- Q.9** Justifier puis traduire la conservation du flux surfacique  $J_{Q,C}$  à travers ce mur composite.
- Q.10** Déterminer la résistance thermique surfacique  $R_{th,C}$  du mur composite en fonction des  $e_j$  et  $\lambda_j$ . Calculer  $R_{th,C}$  en utilisant les données relatives aux matériaux constitutifs.
- Q.11** Exprimer le coefficient de transmission surfacique  $U_C$  en fonction de  $R_{th,C}$ , puis calculer  $J_{Q,C}$  et  $U_C$ , sachant que les milieux extrêmes sont aux températures  $T_{int} = 19^\circ\text{C}$  et  $T_{ext} = -15^\circ\text{C}$ . Comparer les coefficients  $U$  du mur simple et  $U_C$  du mur composite.
- Q.12** Calculer les températures intermédiaires  $T_2$ ,  $T_3$  et  $T_4$  aux interfaces entre les couches, puis représenter, en annexe sur la FIGURE B, le profil de température dans le mur composite. Analyser son évolution par rapport à celui tracé en **Q.7**.

Afin de simplifier l'approche thermique de ce mur, introduisons la notion de conductivité thermique équivalente  $\lambda_{eq}$  : c'est celle d'un mur simple et homogène possédant une épaisseur et une résistance thermique respectivement égales à l'épaisseur et à la résistance thermique du mur composite.

- Q.13** Déterminer puis calculer la conductivité thermique équivalente  $\lambda_{eq}$  pour le mur composite.

### III – Mur composite avec transferts thermiques convectifs et radiatifs

Le mur composite précédent est au contact, de part et d'autre, de l'air intérieur et de l'air extérieur. Ce fluide est aux températures respectives  $T_{f,i}$  et  $T_{f,e}$  (avec  $T_{f,i} > T_{f,e}$ ). Deux types de transferts thermiques superficiels interviennent alors : les échanges convectifs liés au déplacement de l'air et les échanges radiatifs dus au rayonnement thermique.

Ces deux modes de transfert entre les parois du mur et l'atmosphère environnante sont régis, pour un transfert de chaleur algébrique de la paroi (d'aire  $S$ ) au fluide, par la loi globalisée :

$$\Phi_{rcc} = h S (T_{paroi} - T_{fluide})$$

avec  $h$  le coefficient surfacique d'échange, positif. Ce coefficient d'échange tient en compte à la fois des transferts thermiques conducto-convectifs et des transferts par rayonnement aux interfaces air – paroi. Il est noté  $h_i = 10 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$  pour la paroi interne à la température  $T_{p,i}$  au contact de l'air intérieur à la température  $T_{f,i} = 19^\circ\text{C}$  et  $h_e = 30 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$  pour la paroi externe à la température  $T_{p,e}$  au contact de l'air extérieur à  $T_{f,e} = -15^\circ\text{C}$ .

- Q.14** Déterminer les nouvelles expressions des flux surfaciques  $J_{Q,i}$  et  $J_{Q,e}$  et des résistances thermiques surfacique  $R_{th,i}$  et  $R_{th,e}$  aux deux interfaces air – mur. Calculer la résistance thermique surfacique  $R_{tot}$  de l'ensemble du mur composite et des interfaces.
- Q.15** Exprimer puis calculer les températures de paroi  $T_{p,i}$  et  $T_{p,e}$ . Commenter.
- Q.16** Compléter la FIGURE B en annexe en indiquant le profil de température au voisinage des parois murales (intérieure et extérieure). Discuter des paramètres (climatiques entre autres) qui pourraient influencer ces évolutions du profil thermique.

## Exercice 2 : Thermodynamique dans un REP

Les réacteurs nucléaires à eau pressurisée (REP) exploitent l'énergie libérée par la fission de noyaux d'uranium 235 provoquée par des flux de neutrons pour chauffer l'eau d'un premier circuit appelé circuit primaire. Ce dernier va transférer son énergie thermique, via un échangeur appelé générateur de vapeur, à un deuxième circuit : le circuit secondaire. L'eau du secondaire subit un cycle thermodynamique qui consiste en une vaporisation au niveau de la source chaude, une détente de la vapeur dans une turbine (reliée à un alternateur qui va produire de l'électricité), une condensation de la vapeur sortant à basse pression de la turbine et une compression de l'eau condensée afin de ramener cette eau à la pression initiale. Ce problème a pour objectif d'étudier des aspects thermodynamiques du circuit secondaire et ce, systématiquement, en **régime permanent**.

On rappelle que l'enthalpie massique  $h$  d'un mélange diphasique de titre massique en vapeur  $x$  est donnée par la relation :

$$h = x h'' + (1 - x) h'$$

où  $h''$  et  $h'$  sont respectivement les enthalpies massiques à l'état de vapeur saturante et à l'état de liquide saturant. De même, l'entropie massique  $s$  d'un mélange diphasique de titre  $x$  est donnée par la relation :

$$s = x s'' + (1 - x) s'$$

où  $s''$  et  $s'$  sont respectivement les entropies massiques à l'état de vapeur saturante et à l'état de liquide saturant.

Pour l'ensemble du problème, nous négligerons les frottements ainsi que les variations d'énergie cinétique et d'énergie potentielle du fluide secondaire. On suppose qu'il n'y a pas de pièce mobile dans le condenseur et dans le générateur de vapeur et que la détente et la compression sont adiabatiques. Des données numériques sont disponibles en fin d'énoncé.

## I – Questions préliminaires

**Q.1** Sur le diagramme de Clapeyron de la FIGURE 2 que vous reproduirez, préciser la position du point critique, les parties courbes de rosée et d'ébullition. Indiquer également les domaines où se trouve le liquide, le mélange diphasique et la vapeur surchauffée.

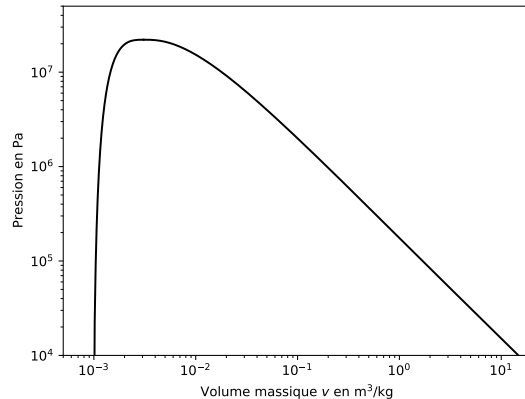


FIGURE 2 – Diagramme de Clapeyron de l'eau

**Q.2** Démontrer qu'une transformation adiabatique réversible est une transformation isentropique.

**Q.3** En considérant que l'eau liquide est incompressible et de volume massique  $v = 1 \times 10^{-3} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$ , calculer le travail utile massique  $w$  échangé par l'eau circulant dans une pompe, en considérant la transformation adiabatique réversible et une augmentation de pression de  $\Delta P = 70 \text{ bar}$ . On rappelle que la variation élémentaire de l'enthalpie massique  $dh$  du fluide peut s'écrire :  $dh = Tds + vdP$  (seconde identité thermodynamique).

Ce travail peut être considéré comme négligeable devant les autres échanges énergétiques. Dans toute la suite du problème, **le travail utile échangé par un liquide sera systématiquement considéré comme nul.**

**Q.4** En déduire alors que l'enthalpie massique du liquide reste constante lors de son passage dans la pompe.

## II – Étude thermodynamique du circuit secondaire simplifié

Le circuit secondaire représenté FIGURE 3 est constitué du générateur de vapeur (G.V.), d'une turbine (T) reliée à un alternateur, d'un condenseur (C) et d'une pompe d'alimentation secondaire (P).

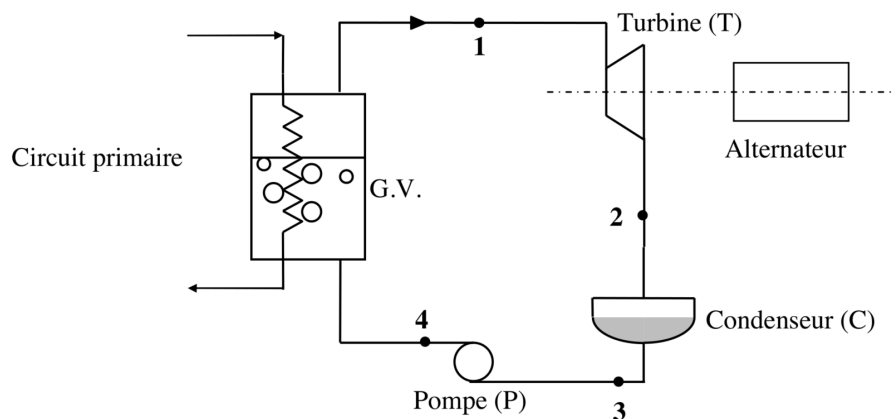


FIGURE 3 – Circuit secondaire simplifié

Le fluide secondaire subit le cycle thermodynamique suivant :

- 1 → 2 : détente adiabatique réversible dans la turbine,
- 2 → 3 : liquéfaction isobare totale dans le condenseur,
- 3 → 4 : compression adiabatique réversible dans la pompe d'alimentation secondaire,
- 4 → 1 : échauffement puis vaporisation isobare dans le générateur de vapeur.

La TABLE 2 précise l'état thermodynamique du fluide secondaire en certains points du cycle.

Point	Pression (bar)	Température (K)	État du fluide secondaire	Enthalpie massique ( $\text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$ )	Entropie massique ( $\text{kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$ )
1	70	559	Vapeur saturante	2773,5	5,8162
2	0,05	306	Mélange diphasique	-	-
3	0,05	-	Liquide saturant	137,8	0,4763
4	70	-	Liquide sous saturé	-	-

TABLE 2

- Q.5** Tracer sur la FIGURE C fournie en annexe (et à rendre avec la copie), l'allure du cycle thermodynamique subi par le fluide secondaire. Y placer les points 1, 2, 3 et 4.
- Q.6** Quelle est la relation entre l'entropie  $s_1$  du fluide à l'entrée de la turbine et celle  $s_2$  en sortie ? Calculer alors, en sortie de turbine, le titre  $x_2$  (on rappelle que le titre correspond à la fraction massique de la vapeur dans le mélange liquide-vapeur). Une vapeur humide est d'autant plus corrosive pour les pales de la turbine que son titre est faible, que pensez-vous de la détente étudiée ?
- Q.7** En vous aidant de la question précédente, déterminer l'enthalpie massique  $h_2$  du fluide. En déduire le travail massique  $w_T$  échangé par le fluide dans la turbine.
- Q.8** Déterminer la température  $T_3$  et la valeur du titre  $x_3$  du fluide en sortie du condenseur.
- Q.9** Calculer la chaleur massique  $q_C$  échangée par le fluide avec le condenseur puis  $q_{GV}$ , celle échangée par le fluide dans le générateur de vapeur.
- Q.10** Calculer le rendement  $\eta_s$  de ce cycle thermodynamique simplifié puis celui de Carnot  $\eta_c$  en utilisant les mêmes sources chaude et froide. D'où provient la différence de rendement entre ces cycles ?

### III – Etude thermodynamique du circuit secondaire réel

Afin d'optimiser la qualité de la vapeur utilisée (augmentation du titre en sortie de turbine), l'industriel utilise un circuit secondaire plus complexe, représenté à la FIGURE 4. On rappelle qu'à chaque élément du circuit à plusieurs entrées/sorties, la conservation de l'énergie impose un bilan de puissance sous la forme générale :

$$\sum D_{me} h_e = \sum D_{ms} h_s$$

où  $h_e$  et  $h_s$  sont respectivement les enthalpies massiques d'entrée et de sortie de l'élément concerné,  $D_{me}$  et  $D_{ms}$  étant les débits massiques d'entrée et de sortie de l'élément considéré.

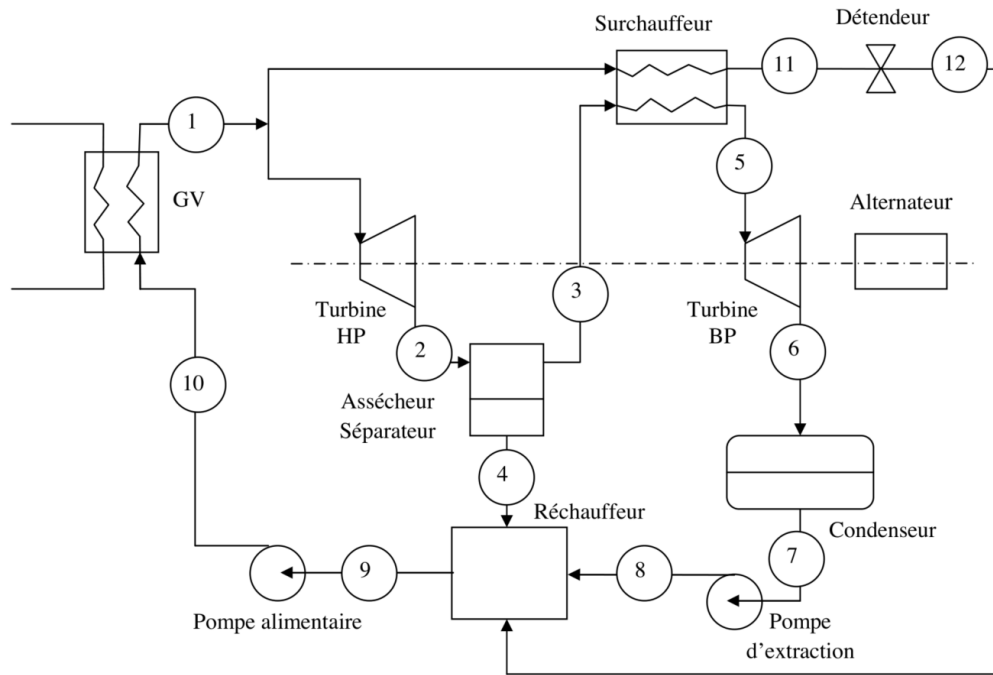


FIGURE 4 – Circuit secondaire industriel

Les turbines haute pression (HP) et basse pression (BP) entraînent l'alternateur. Le débit massique de vapeur en sortie du générateur de vapeur vaut  $D_{m1} = 1500 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$ , le débit massique de vapeur alimentant le surchauffeur est  $D_{m11} = 100 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$ . La TABLE 3 précise l'état thermodynamique du fluide secondaire en certains points du cycle.

Point	Pression (bar)	Température (K)	État du fluide secondaire	Enthalpie massique ( $\text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$ )	Entropie massique ( $\text{kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$ )
1	70	559	Vapeur saturante	2773,5	5,8162
2	10	453	Mélange diphasique	-	-
3	10	-	Vapeur saturante	-	-
4	10	-	Liquide saturant	-	-
5	10	502	Vapeur surchauffée	2943,0	6,9259
6	0,05	-	Mélange diphasique	-	-
7	0,05	-	Liquide saturant	-	-
8	10	-	Liquide sous saturé	-	-
9	10	-	Liquide sous saturé	-	-
10	70	-	Liquide sous saturé	-	-
11	70	-	-	-	-
12	10	-	-	-	-

TABLE 3

- Q.11** En considérant que la partie du fluide passant dans la turbine haute pression (HP) y subit une détente adiabatique réversible, déterminer les valeurs de l'entropie massique  $s_2$ , du titre  $x_2$  et de l'enthalpie massique  $h_2$  au point 2.
- Q.12** Calculer alors le travail massique  $w_{HP}$  échangé par le fluide dans la turbine haute pression. En déduire la puissance  $P_{HP}$  développée par cette turbine.

Un assécheur-séparateur calorifugé permet la séparation passive du mélange diphasique obtenu au point 2 en, d'une part, de la vapeur saturante au point 3 et d'autre part, du liquide saturant au point 4.

**Q.13** Écrire deux relations vérifiées, au niveau de l'assécheur-séparateur, par les débits massiques  $D_{m2}$ ,  $D_{m3}$ ,  $D_{m4}$  et les enthalpies massiques  $h_2$ ,  $h_3$  et  $h_4$ . Donner alors l'expression, en fonction de  $D_{m2}$ ,  $h_2$ ,  $h_3$  et  $h_4$ , des débits massiques  $D_{m3}$  et  $D_{m4}$  aux points 3 et 4. Exprimer également les débits massiques  $D_{m3}$  et  $D_{m4}$  en fonction du titre  $x_2$  et du débit massique  $D_{m2}$ . Faire l'application numérique.

Une partie du fluide issu du générateur de vapeur circule dans un surchauffeur adiabatique pour échanger une partie de son énergie à la vapeur saturée issue de l'assécheur-séparateur afin de la surchauffer.

**Q.14** À partir d'un bilan de puissance sur le surchauffeur, déterminer l'enthalpie massique du fluide  $h_{11}$  au point 11.

**Q.15** La puissance développée par la turbine basse pression (BP) vaut  $P_{BP} = 963 \text{ MW}$ . Calculer le travail massique  $w_{BP}$  échangé par le fluide dans la turbine basse pression. Déterminer alors la valeur du titre  $x_6$  au point 6.

**Q.16** Calculer la chaleur massique  $q_C$  échangée par le fluide au condenseur.

Un détendeur est un organe adiabatique qui ne présente pas de pièces mobiles et qui permet au fluide d'abaisser sa pression.

**Q.17** Montrer qu'une des fonctions d'état reste constante lors de l'écoulement d'un fluide au travers d'un détendeur. Comment s'appelle ce type de détente? Est-elle réversible?

**Q.18** À l'aide d'un bilan de puissance sur le réchauffeur, déterminer l'enthalpie massique  $h_9$  au point 9. Quel est le rôle du détendeur?

**Q.19** Calculer la chaleur massique  $q_{GV}$  échangée par le fluide dans le générateur de vapeur. En déduire la puissance  $P_{GV}$  générée par le générateur de vapeur.

**Q.20** Calculer le rendement  $\eta_r$  de ce cycle thermodynamique réel. Le comparer avec le rendement  $\eta_s$  du circuit simplifié et en déduire quel pourrait être l'avantage principal du cycle réel.

### Données numériques

Pression (bar)	Enthalpie massique ( $\text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$ )		Entropie massique ( $\text{kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$ )	
	liquide saturant	vapeur saturante	liquide saturant	vapeur saturante
0,05	137,8	2561,6	0,4763	8,3960
10	762,6	2776,2	2,1382	6,5828
70	1267,4	2773,5	3,1219	5,8162

TABLE 4

● ● ● FIN ● ● ●



**Annexe du DS 3**  
(À détacher et à rendre avec la copie)

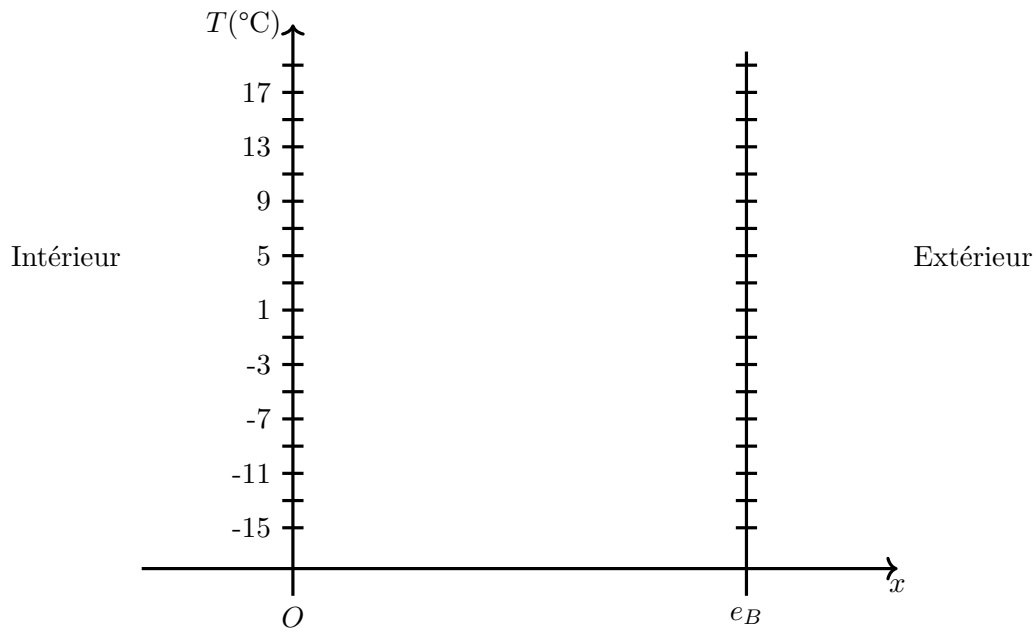


FIGURE A – Profil de température, Exercice 1 Q.7

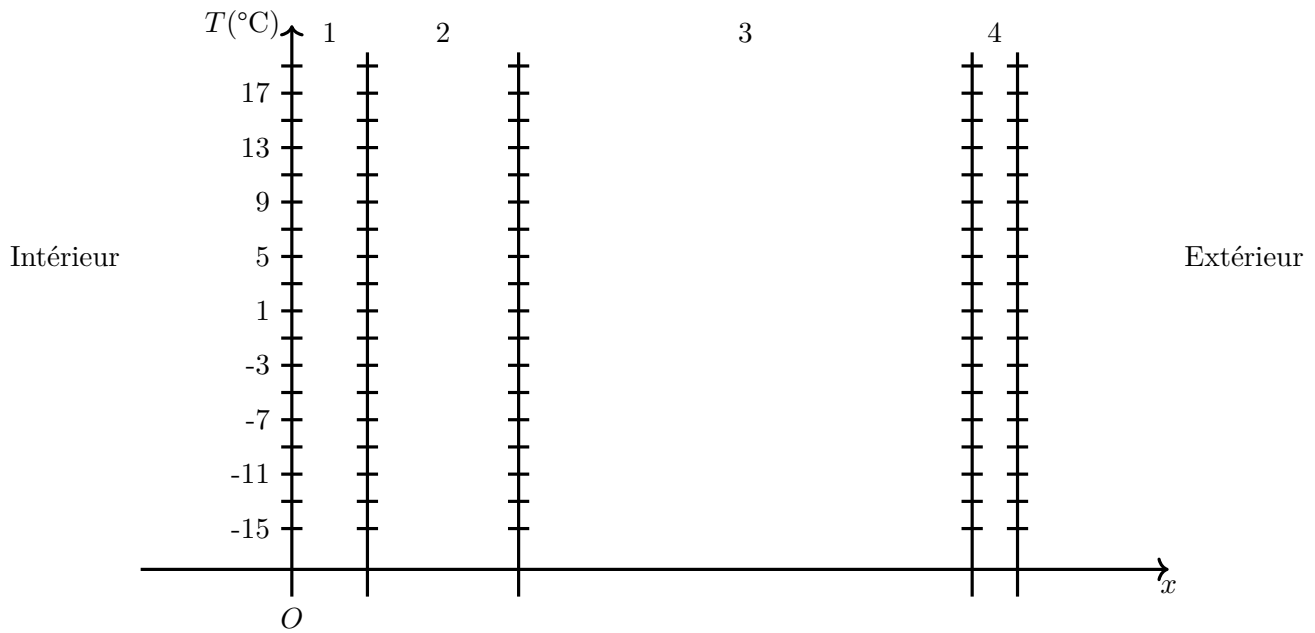


FIGURE B – Profil de température, Exercice 1 Q.12 et Q.16

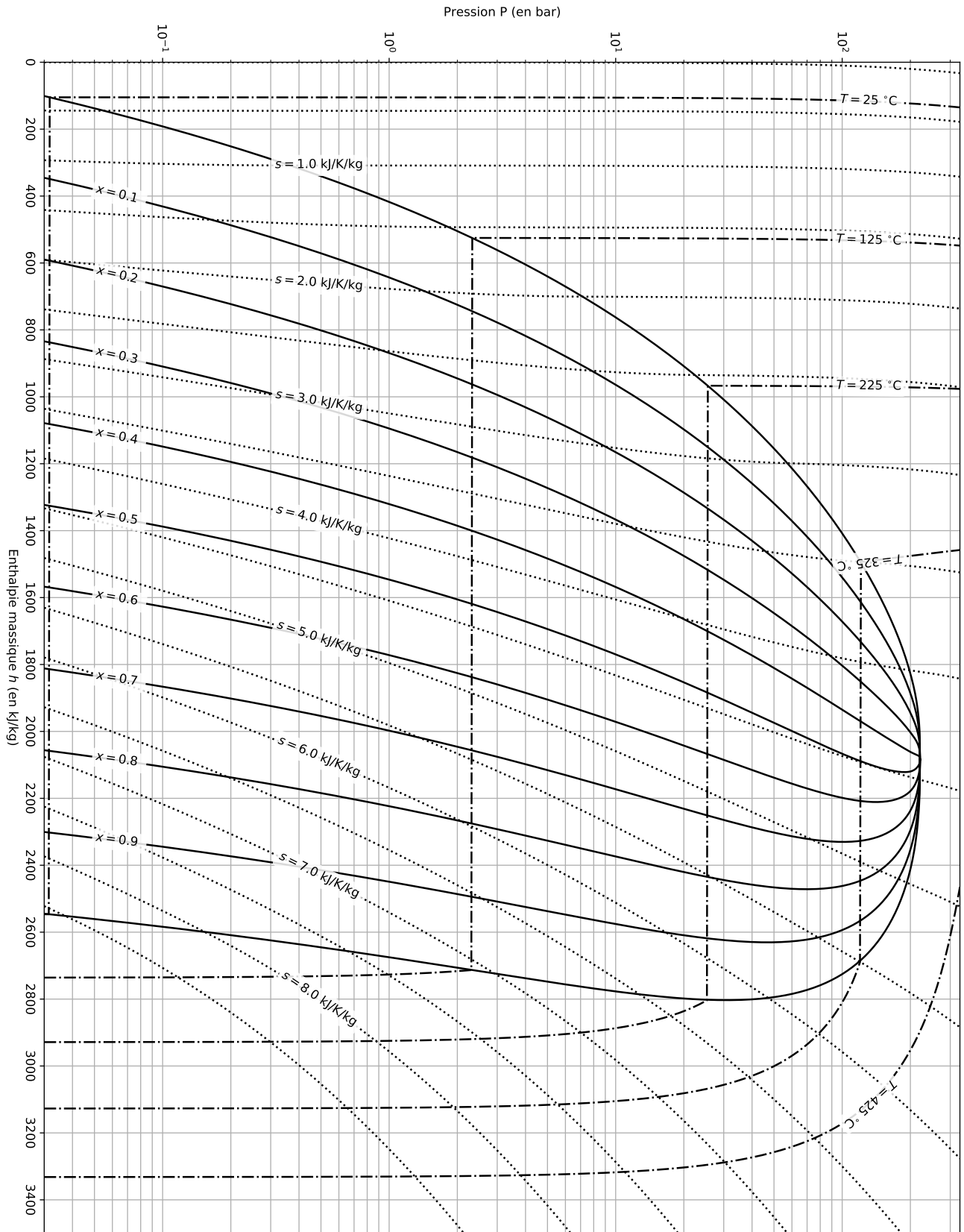


FIGURE C – Diagramme enthalpique, Exercice 2 Q.5