

**Programme de colles n°18****Semaine du 4 au 8 Mars.**

La colle commencera par la résolution de l'un des exercices de la banque CCINP au programme : la résolution de cet exercice ne doit pas prendre plus de 15 minutes. Les exercices sont ceux de la version 2024 du poly CCP (disponible sur le site de la classe, onglet préparation à l'oral).

**Espaces préhilbertiens réels :**

Révisions sur le produit scalaire et l'orthogonalité.

**Endomorphismes des espaces euclidiens**

- Adjoint
- Matrices orthogonales.
- Isométries
- Matrices symétriques et endomorphismes autoadjoints : théorème spectral et applications.

Les matrices symétriques positives ainsi que les compléments usuels ( caractérisation des produits scalaires, racine carrée, décomposition polaire etc....) seront au programme de la semaine suivante.

**Exercices de la banque CCINP :**

Exercice d'algèbre n°63, 77, 78 et 81 .

**Cours : l'interrogateur n'est pas tenu de poser une question de cours, mais les étudiants doivent connaître les points suivants :**

- Enoncé et démonstration de l'une ou plusieurs des propriétés suivantes de l'adjoint : Unicité, double adjoint, linéarité, composition, image et noyau de l'adjoint.
- Enoncé précis du théorème spectral.
- Equivalence des différentes caractérisations des isométries (conservation de la norme, du produit scalaire, image d'une base ortho-normale)
- Description des isométries et des matrices orthogonales dans le cas de la dimension 2.