Programme de colles $\mathrm{n}^\circ 20$

Semaine du 18 au 22 Mars.

La colle commencera par la résolution de l'un des exercices de la banque CCINP au programme : la résolution de cet exercice ne doit pas prendre plus de 15 minutes. Les exercices sont ceux de la version 2024 du poly CCP (disponible sur le site de la classe, onglet préparation à l'oral).

Equations différentielles linéaires :

-Programme précédent.
-Systèmes différentiels linéaires $X'(t) = AX(t)$ lorsque la matrice A est constante : résolution par diagonalisation ou en utilisant l'exponentielle de matrice.
On peut poser un exercice sur l'exponentielle de matrice également.
On évitera toute technicité excessive. Les systèmes avec second membre ne sont pas au programme, et la méthode doit être indiquée si on en donne un. La méthode de résolution utilisant une matrice triangulaire n'a pas été vue mais peut faire l'objet d'un exercice

Calcul différentiel :

-Continuité, dérivation selon un vecteur, dérivées partielles, jacobienne, gradient, différentiabilité. (les exercices sur la différentiabilité doivent être de difficulté raisonnable).

-Manipulations de dérivées partielles. Composition des dérivées partielles, application à la résolution d'équations aux dérivées partielles simples.

-Pas d'extrema cette semaine.

-Les aspects géométriques (dérivation selon un arc, vecteurs tangents, lignes de niveau....) ne sont pas au programme cette semaine.

Exercices de la banque CCINP :

Exercice d'analyse n°$33, 37$ et 58 .

Cours : l'interrogateur n'est pas tenu de poser une question de cours, mais les étudiants doivent connaitre les points suivants :

-Définition et convergence de la série exponentielle(preuve).

-L'exponentielle d'une matrice diagonalisable est diagonalisalbe (preuve).

- Dérivation de la série exponentielle (preuve).

-Enoncé du lien entre la différentiabilité l'existence des dérivées partielles, et la continuité. Cas général et cas C^1.

-Calcul par deux méthodes de la matrice jacobienne du "changement polaire inverse" $(x, y) \mapsto (r, \theta)$ sur l'ouvert $\{(x, y), x > 0\}$.

-Résolution dans le plan de l'équation des ondes :

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} - a^2 \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = 0$$

par changement de variable.