

**Programme de colle n°4****Semaine du 7 septembre au 11 octobre.****Intégration sur un intervalle quelconque :**

(programme précédent : on peut poser un exercice en complément d'un exercice d'algèbre linéaire.)

**Révisions d'algèbre linéaire**

Espaces vectoriels.  
Indépendance linéaires, sommes et sommes directes.  
Applications linéaires. Théorème du rang.  
Propriétés de l'algèbre  $L(E)$ .

Pas encore de matrices.

**Preuves exigibles (Les interrogateurs sont libres de poser ou non une question de cette section).**

- Indépendance des vecteurs  $(x, f(x), \dots, f^{n-1}(x))$  pour  $f$  nilpotent d'indice  $n$  et  $f^{n-1}(x) \neq 0$
- L'application linéaire  $P \mapsto P(X+1) - P(X)$  est un isomorphisme de  $X\mathbb{R}[X]$  sur  $\mathbb{R}[X]$
- Caractérisation des homothéties par le fait que la famille  $(x, f(x))$  est liée pour tout  $x$ .

**Exercices de la banque CCINP ( les interrogateurs sont libres de poser ou non un exercice de la banque à titre de premier exercice. Ces exercices ont été préparés par les étudiants.)**

Exercices 64 et 90