

Chapitre 9 : Rayonnement d'un dipôle oscillant

I. Dipôle électrique oscillant

Nous avons vu que les ondes planes progressives n'avaient pas de réalité physique. En étudiant le dipôle oscillant qui est l'antenne la plus simple, nous allons voir que, localement, elles peuvent décrire la réalité. Ceci constitue un premier pas vers la théorie des antennes primordiale en communication.

1. Définition

Système :

Dipôle constitué de :

- n charges négatives q_i dont le barycentre est en N ;
- p charges positives q_k dont le barycentre est en P.

L'ensemble est neutre : $\sum_{k=1}^p q_k = -\sum_{i=1}^n q_i = q$.

On peut définir le moment dipolaire de ce dipôle :

$$\vec{p} = q \vec{NP}$$

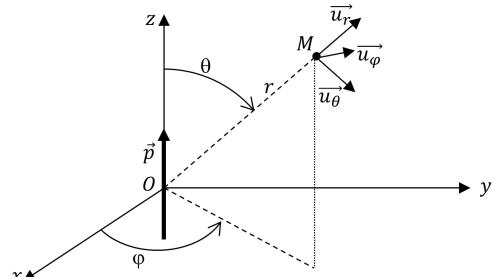
Définition :

On appelle dipôle oscillant un dipôle pour lequel le moment dipolaire garde toujours la même direction et varie sinusoïdalement en fonction du temps :

$$\vec{p} = p_0 \cos(\omega t) \vec{u}_z$$

Les charges sont mobiles mais le vecteur \vec{NP} garde une direction constante :

$$\vec{NP} = l(t) \vec{u}_z = l_0 \cos(\omega t) \vec{u}_z$$



Le dipôle va rayonner une onde électromagnétique dans le vide se propageant dans tout l'espace à la vitesse c . Cette onde sera monochromatique comme la source qui la crée et de même

longueur d'onde :

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{2\pi c}{\omega}$$

Remarques :

- Le choix d'un dipôle oscillant suivant une direction fixe n'est pas restrictif. Tout dipôle oscillant peut être vu comme la somme de trois dipôles oscillant suivant les directions (Ox) , (Oy) et (Oz) .
- L'oscillation sinusoïdale n'est pas restrictive car toute fonction périodique se décompose en somme de fonctions sinusoïdales d'après l'analyse de Fourier.
- $l \ll cT = \lambda$ signifie également qu'on néglige le temps de propagation, à la vitesse c , entre les deux points de la distribution de charges devant la période d'oscillation : $\frac{l}{c} \ll T$.

2. Hypothèses

On se place dans le cadre de l'approximation dipolaire : $l \ll a \ll r$ où a est l'extension maximale du dipôle. Cela signifie que l'on se place loin du dipôle.

Les charges ne sont pas relativistes. On note v l'ordre de grandeur de la vitesse des charges, on a alors : $v \sim \frac{l}{T} \ll c$

$$\Rightarrow l \ll cT = \lambda$$

$l \ll cT = \lambda$ signifie également qu'on néglige le temps de propagation, à la vitesse c , entre les deux points de la distribution de charges devant la période d'oscillation : $\frac{l}{c} \ll T$.

Conséquence : les trois échelles caractéristiques du problème

On distingue trois échelles selon la distance à laquelle on regarde l'onde électromagnétique émise par le dipôle. On reste dans tous les cas dans le cadre de l'approximation dipolaire.

- La zone statique ou zone proche : $l \ll r \ll \lambda$
On a donc $T = \frac{\lambda}{c} \gg \frac{r}{c} = \tau$. Par conséquent, on est dans le cadre de l'ARQS. Les temps de propagation peuvent être négligés devant le temps de variation du dipôle. Le champ électromagnétique varie pratiquement en phase avec le moment dipolaire. Leurs expressions sont donc données par l'électrostatique et la magnétostatique.
- La zone intermédiaire : $l \ll r \sim \lambda$
Dans cette zone, on ne peut pas faire d'approximation. On n'étudiera pas cette zone.
- La zone de rayonnement : $l \ll \lambda \ll r$
Dans cette zone, on ne peut plus négliger le temps de propagation de l'onde devant la période d'oscillation du dipôle.

D'un point de vue pratique, la zone de rayonnement est la plus importante. C'est celle que nous allons étudier dans ce chapitre.

Ordre de grandeur :

- Ondes lumineuses : $r \gg \lambda \sim 500 \text{ nm}$. On se place à quelques centimètres de l'émetteur pour l'observation. On est bien dans la zone de rayonnement.

- Ondes radio en modulation de fréquence : $r \gg \lambda \sim 1 \text{ m}$. Les récepteurs sont placés à des distances variant de la centaine de mètres à quelques dizaines de kilomètres. On est bien dans la zone de rayonnement.

II. Champ électromagnétique rayonné

1. Expression des champs

Expression des champs rayonnés (admise) :

Les champs créés en M par un dipôle oscillant de moment dipolaire $\vec{p} = p(t) \vec{u}_z$ placé au point O dans la zone de rayonnement et dans l'approximation non relativiste ($l \ll \lambda \ll r = OM$) sont donnés par les expressions suivantes :

$$\boxed{\begin{aligned}\vec{E}(M) &= \frac{\mu_0 \sin \theta}{4\pi r} \ddot{\vec{p}} \left(t - \frac{r}{c} \right) \vec{u}_\theta \\ \vec{B}(M) &= \frac{\mu_0 \sin \theta}{4\pi r c} \ddot{\vec{p}} \left(t - \frac{r}{c} \right) \vec{u}_\varphi\end{aligned}}$$

2. Interprétation

Vérification de l'homogénéité des expressions :

Analyse de l'expression des champs :

- Le champ électromagnétique respecte les propriétés de symétrie et d'invariance du dipôle source : le plan (M, OZ) est plan de symétrie du système. Le champ \vec{E} appartient à ce plan et le champ \vec{B} est orthogonal à ce plan (il est donc suivant \vec{u}_φ). Le système est invariant par toute rotation autour de l'axe Oz , le champ électromagnétique est indépendant de φ .
- En un point de l'axe (Oz), tous les plans contenant cet axe étant des plans de symétrie de la distribution de charges, le champ \vec{E} est suivant \vec{u}_x et le champ \vec{B} est nul.
- Les champs décroissent en $1/r$ alors que dans la zone statique, ils décroissent en $1/r^3$.
- **Rôle de l'accélération des charges :** le champ électromagnétique dépend de la dérivée seconde du moment dipolaire $\vec{p} = ql$. C'est-à-dire que seuls les porteurs de charges accélè-

rés créent une onde électromagnétique rayonnée, ce n'est pas le cas des charges immobiles ou en mouvement uniforme.

- Retard de propagation : la valeur du champ à l'instant t est fonction de l'expression de \vec{p} à l'instant $t' = t - \frac{r}{c} = t - \tau$. Cela tient compte du temps de propagation.

3. Structure locale de l'onde

On utilise l'expression du moment dipolaire $\vec{p} = p_0 \cos(\omega t) \vec{u}_z$. On obtient le champ électromagnétique suivant :

- L'onde est monochromatique comme le dipôle qui la crée.
- L'onde n'est pas plane : l'onde dépend de r . Cependant, l'onde n'est pas sphérique. L'amplitude de l'onde sur une sphère dépend de θ . L'onde est anisotrope.
- L'onde n'est pas progressive : les surfaces d'onde se déplacent bien dans la direction de propagation \vec{u}_r à la vitesse c . Cependant, elles se déforment puisque l'amplitude de l'onde diminue lorsque r augmente. (Ce ne sont pas des ondes évanescentes pour autant). Nous expliquerons cela par la suite.
- L'onde est polarisée rectilignement : le champ électrique garde une direction constante suivant \vec{u}_θ . Ceci est dû au fait qu'on a pris un dipôle oscillant suivant une direction fixe.

Pourtant, en tout point M , cette onde a la même structure qu'une onde plane :

- Les champs sont transverses : ils sont orthogonaux en tout point à la direction de propagation \vec{u}_r
- les vecteurs $(\vec{u}_r, \vec{E}, \vec{B})$ forment un trièdre direct et on peut écrire la relation suivante :

$$\vec{B} = \frac{\vec{u}_r \wedge \vec{E}}{c}$$

Conclusion :

L'onde émise par un dipôle oscillant dans la zone de rayonnement n'est pas plane mais a localement la structure d'une onde plane progressive dans le vide se propageant à la célérité c dans la direction \vec{u}_r .

4. Puissance rayonnée par un dipôle

On a vu précédemment que les capteurs n'étaient sensibles qu'aux valeurs moyennes. C'est pourquoi nous n'allons nous intéresser qu'à ces dernières. Nous nous plaçons uniquement dans la zone de rayonnement.

Vecteur de Poynting en un point :

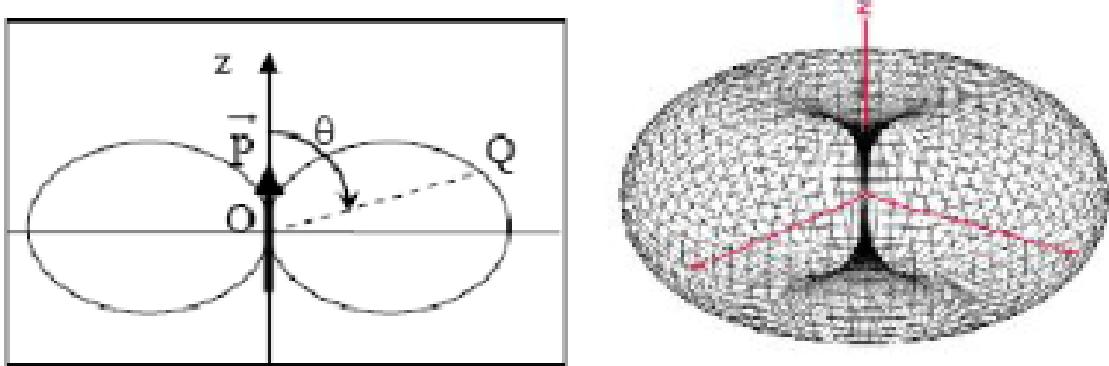
$$\vec{\Pi}(M, t) = \frac{\vec{E}(M, t) \wedge \vec{B}(M, t)}{\mu_0}$$

Remarques :

- Le vecteur de Poynting est dirigé suivant \vec{u}_r . L'énergie électromagnétique se propage radialement.
- L'amplitude du vecteur de Poynting décroît en $1/r^2$. Nous expliquerons cela plus tard.
- L'énergie est rayonnée par le dipôle de manière anisotrope (terme en $\sin^2 \theta$). Elle est maximale pour $\theta = \frac{\pi}{2}$, c'est-à-dire dans le plan équatorial du dipôle. Elle est nulle pour $\theta = 0$, c'est-à-dire dans la direction du dipôle.

Indicateur de rayonnement :

On trace à r fixé. On trace le module du vecteur de Poynting moyen en fonction de θ . On fait ensuite tourner la courbe obtenue autour de l'axe Oz car tout le problème est indépendant de φ .



On calcule la puissance moyenne totale rayonnée à travers une sphère de rayon r :

Conclusion :

La puissance moyenne rayonnée par un dipôle oscillant à travers la sphère de rayon r est indépendante de r :

On constate donc que la décroissance des champs en $1/r$, lorsqu'on s'éloigne du dipôle source, n'est pas lié à un phénomène d'absorption mais au fait que la puissance est la même à travers toute sphère centrée sur le dipôle alors que le rayon augmente.

Conclusion

L'affaiblissement des champs électrique et magnétique de l'onde rayonnée en $\frac{1}{r}$ traduit la conservation de l'énergie.

III. Diffusion d'une onde électromagnétique polarisée rectilignement par une molécule

1. Description du problème

On considère une source extérieure au problème (par exemple le Soleil) émettant une onde électromagnétique polarisée rectilignement. Cette onde est reçue par une molécule dont le nuage électronique se met à vibrer. La molécule devient un dipôle oscillant qui émet une onde appelée onde diffusée. Dans ce paragraphe, on cherche à calculer la puissance de cette onde diffusée.

2. Modèle de la charge élastiquement lié

Molécule électriquement neutre :

- Noyaux de charge globale positive $q = Ne$.
- Nuage électronique constitué de N électrons de charge totale négative $-q = -Ne$.

On note P le barycentre des charges positives et N le barycentre des charges négatives.

Hypothèses :

- Les noyaux des atomes étant beaucoup plus lourds que les électrons : on les suppose fixes dans le référentiel d'étude.
⇒ P est fixe
- Les électrons sont non relativistes : on négligera l'action du champ magnétique par rapport à celle du champ électrique sur les électrons.
- La molécule est non polaire. En l'absence d'onde électromagnétique, on a :

On choisit le point O comme origine du repère d'étude.

- Le moment dipolaire de la molécule lors du passage de l'onde électromagnétique s'écrit :
- Le **modèle de la charge élastiquement lié** consiste à supposer que le nuage électronique est soumis, de la part des noyaux, à une force de rappel élastique :

avec $k > 0$, homogène à une constante de raideur d'un ressort.

- L'oscillation du nuage électronique engendre une onde diffusée. Par conséquent, le rayonnement entraîne une perte énergétique modélisée par une force de frottement fluide :
- L'onde électromagnétique excitatrice peut se décomposer en une superposition d'OPPM polarisées rectilignement de manière aléatoire. On étudie donc l'action d'une OPPM polarisée rectilignement sur le dipôle. On utilise les notations complexes :

avec $\vec{k} = \frac{\omega}{c} \vec{u}_x$ (propagation dans le vide).

- La taille de la molécule et la norme r du déplacement du nuage électronique sont très inférieures à la longueur d'onde λ . On peut donc considérer en notant $x(t)$ la position du barycentre du nuage électronique :

3. Étude du dipôle induit

 : {nuage électronique de barycentre N }, de masse Nm_e et de charge $-q = -Ne$.

Référentiel : du laboratoire galiléen.

Bilan des forces :

- Poids : $\vec{P} = Nm_e \vec{g}$ négligeable devant la force électrique.
- Force de rappel modélisant l'action des noyaux : $\vec{F}_r = -k\vec{r}$.
- Force de frottement fluide modélisant l'amortissement par rayonnement : $\vec{F}_f = -\alpha \frac{d\vec{r}}{dt}$.
- Force de Lorentz due au passage de l'onde électromagnétique : $\vec{F}_l = \vec{F}_e + \vec{F}_m \sim -e\vec{E}$.

Principe fondamental de la dynamique :

Conclusion :

Le dipôle induit oscille sinusoïdalement et est polarisé rectilignement suivant (Oz) comme dans les paragraphes I et II.

L'amplitude de son moment dipolaire est :

4. Onde diffusée

On utilise les résultats des paragraphes I et II car le dipôle oscillant possède les mêmes caractéristiques que celles de ces paragraphes. Il rayonne donc une onde électromagnétique étudiée précédemment.

La puissance moyenne diffusée par la molécule à travers la sphère de rayon r s'écrit :

Remarque :

L'onde diffusée est proportionnelle à N^2 car les N ondes diffusées par les N électrons de la molécule sont en phases (interférences à N ondes cohérentes).

5. Section efficace**Définition :**

La section efficace de diffusion $\sigma_{\text{diffusion}}(\omega)$ est définie par la relation suivante :

$$\mathcal{P}_{\text{diffusée}} = \sigma_{\text{diffusion}}(\omega) I_{\text{incidente}}$$

où $I_{\text{incidente}}$ est l'intensité de l'onde incidente.

Cette grandeur permet d'exprimer la puissance diffusée en fonction de l'intensité incidente.

Intensité incidente :

$$I_{\text{incidente}} = \langle \vec{\Pi}_{\text{incidente}} \cdot \vec{u}_x \rangle =$$

Section efficace de diffusion :

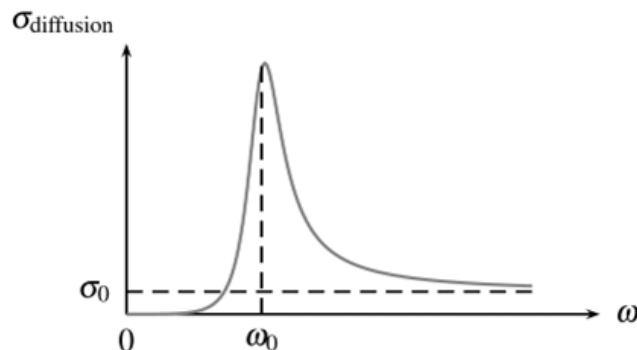


FIGURE 1 – Section efficace de diffusion en fonction de la pulsation avec $Q = 3,3$

On a représenté la courbe $\sigma_{\text{diffusion}}(\omega)$ pour une valeur du facteur de qualité Q qui rende la courbe lisible. En pratique, la valeur de Q est très grande devant 1.

Il s'agit de la courbe du gain d'un filtre passe-haut du second ordre avec résonance.

6. Domaine de résonance et domaine de Rayleigh

Comme $Q \gg 1$, la section efficace de diffusion prend des valeurs très importantes sur une bande très étroite de pulsation autour de ω_0 , de largeur $\frac{\omega_0}{Q}$. Ce domaine de pulsation est appelé domaine de résonance.

Définition :

Le **domaine de résonance** est un intervalle de pulsations proches de la pulsation propre ω_0 . Dans cet intervalle, l'amplitude des oscillations du dipôle est élevée : l'énergie empruntée par la molécule à l'onde électromagnétique incidente est maximale.

Ordre de grandeur :

Pulsation propre du nuage électronique : $\omega_0 \sim 10^{16} \text{ rad s}^{-1}$.

On obtient une longueur d'onde de l'ordre de :

Conclusion :

Le domaine de résonance appartient au domaine

Définition :

Le **domaine de Rayleigh** correspond aux pulsations vérifiant : $[\omega \ll \omega_0]$.

Puissance moyenne diffusée par la molécule :

Conclusion :

Dans le domaine de Rayleigh, c'est-à-dire pour $\omega \ll \omega_0$, l'onde diffusée :

- a localement une structure d'onde plane.
- sa puissance est d'autant plus élevée que la pulsation est élevée :

IV. Application : Diffusion Rayleigh par l'air

1. Couleur du ciel et du Soleil

On va expliquer, dans ce paragraphe, l'interaction entre la lumière du Soleil à dominante jaune avec l'atmosphère terrestre (molécules de dioxygène et de diazote). Ceci va permettre d'expliquer la couleur bleue du ciel et celle du Soleil.

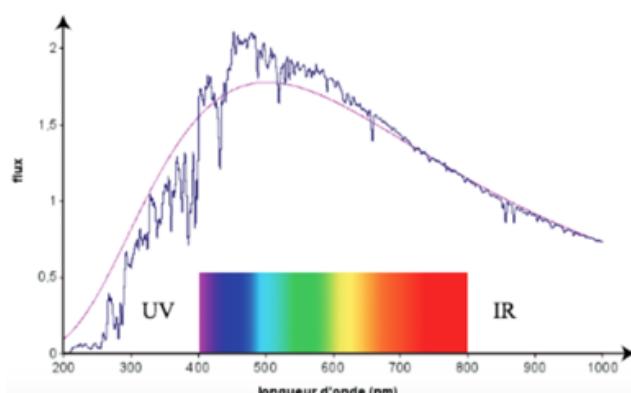


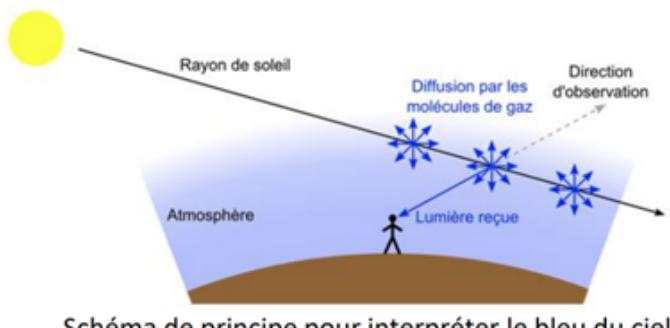
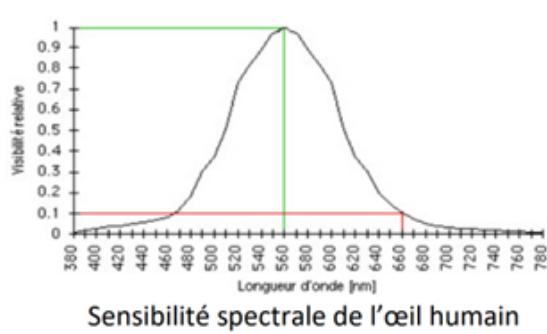
FIGURE 2 – Spectre d'émission du Soleil. L'unité du flux est le $\text{W m}^{-2} \text{nm}^{-1}$, ce qui correspond à l'intensité, par unité d'intervalle spectral en nm, reçue en un point proche de la Terre, hors de l'atmosphère.

Le rayonnement solaire nous parvenant à la surface de la Terre est presque exclusivement réduit au visible. En effet, l'atmosphère absorbe les ultraviolets B et C de courte longueur d'onde (grâce à la couche d'ozone) et les infrarouges (grâce à l'humidité de l'air).

Pulsations/longueurs d'onde visibles :

$$\lambda \in [\lambda_b = 400 \text{ nm}; \lambda_r = 800 \text{ nm}]$$

Pour le domaine du visible, on a $\omega \ll \omega_0$. On est dans le domaine Rayleigh.



La puissance diffusée par un atome est d'autant plus élevée que la pulsation de l'onde est grande.

$$\frac{\langle \mathcal{P}(r) \rangle_{\text{bleu}}}{\langle \mathcal{P}(r) \rangle_{\text{rouge}}} = \left(\frac{\omega_v}{\omega_r} \right)^4 = \left(\frac{\lambda_r}{\lambda_v} \right)^{-4} \sim 16$$

La puissance diffusée est 16 fois plus importante pour le violet que pour le rouge. Or l'œil est peu sensible au violet, c'est pourquoi le ciel nous apparaît bleu. Ceci est vrai aussi la nuit avec la lumière incidente provenant de la Lune mais celle-ci n'est pas assez intense pour que le ciel nous apparaisse bleu. On considère une portion de l'atmosphère. Son énergie électromagnétique moyenne est constante lors du passage de l'OPPM. De plus, il n'y a pas de charges libres et donc pas de prélèvement d'énergie par effet Joule. La puissance entrant dans le système est la même que la puissance sortante. La puissance sortante est constituée de la puissance diffusée et du faisceau sortant. Le bleu a été davantage prélevé par le rayonnement donc le faisceau sortant est plus rouge. Ce phénomène est d'autant plus important que l'épaisseur d'atmosphère traversée est importante. Ceci explique la couleur rouge du Soleil couchant.

Remarque : Couleur des nuages

La diffusion de la lumière par les gouttes d'eau d'un nuage ne s'explique pas par le modèle développé ici car la condition $\lambda \gg a$ n'est pas respectée pour les ondes électromagnétiques visibles. C'est pourquoi nous ne voyons pas les nuages bleus. C'est la diffusion de Mie qui est le modèle adapté à cette situation et la puissance diffusée est alors indépendante de la pulsation. Ceci explique que les nuages sont blancs pendant la journée.

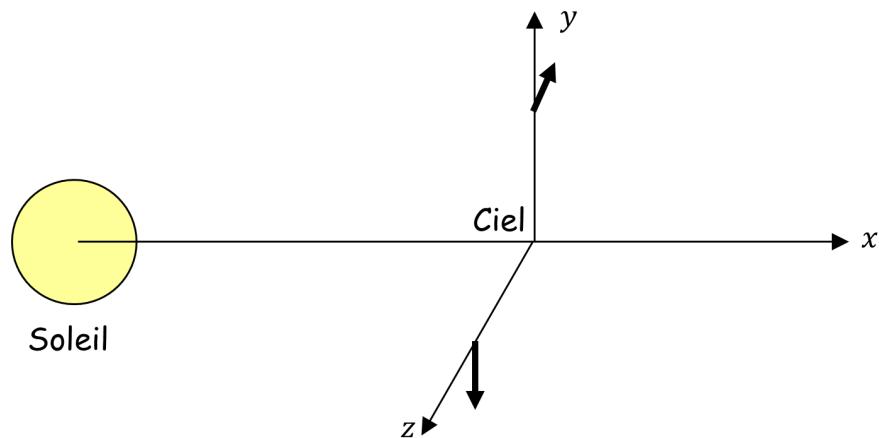
2. Polarisation par diffusion

La lumière du Soleil est une superposition d'OPPM de polarisation rectilignement dans toutes les directions.

On considère une onde incidente se propageant suivant \vec{u}_x .

- La composante de l'onde incidente polarisée suivant \vec{u}_z induit des moments dipolaires suivant \vec{u}_z . Or un dipôle ne diffuse aucune puissance dans la direction de son moment dipolaire. Un observateur dans la direction \vec{u}_z ne reçoit donc pas cette onde. Les dipôles induits créent un champ électrique suivant \vec{u}_θ qui correspond à $-\vec{u}_z$, pour un observateur dans le plan équatorial (où l'intensité est maximale). Un observateur situé dans la direction \vec{u}_y reçoit donc une onde polarisée suivant $-\vec{u}_z$.

- La composante de l'onde incidente polarisée suivant \vec{u}_y induit des moments dipolaires suivant \vec{u}_y . Or un dipôle ne diffuse aucune puissance dans la direction de son moment dipolaire. Un observateur dans la direction \vec{u}_y ne reçoit donc pas cette onde. Les dipôles induits créent un champ électrique suivant \vec{u}_θ qui correspond à $-\vec{u}_y$, pour un observateur dans le plan équatorial (où l'intensité est maximale). Un observateur situé dans la direction \vec{u}_z reçoit donc une onde polarisée suivant $-\vec{u}_y$.

**Conclusion :**

La lumière diffusée dans les directions orthogonales à la direction de propagation de l'onde incidente est polarisée rectilignement.