

Sauf mention contraire, tout est à savoir.

Variables aléatoires

Définitions et propriétés générales

- Variables aléatoires discrètes, notations ($X \in A$), loi d'une variable aléatoire discrète.
- X variable aléatoire discrète et $f : X(\omega) \rightarrow E$, loi de $f(X)$.
- Deux variable aléatoire ayant la même loi se note $X \sim Y$ et dans ce cas $f(X) \sim f(Y)$.

Lois usuelles

- Loi uniforme.
- Loi de Bernoulli, interprétation et fonction caractéristique.
- Loi binomiale et interprétation.
- Loi géométrique, interprétation, $P(X > n)$.
- Loi de Poisson.

Couples de variables aléatoires

- Couples de variables aléatoires discrètes, loi conjointe, loi marginale.
- Loi conditionnelle de Y sachant ($X = x$).
- Indépendance de deux variables aléatoires discrètes, caractérisation par $P(X \in A, Y \in B) = P(X \in A)P(Y \in B)$.
- Indépendance mutuelle de variables aléatoires, suites de variables aléatoires indépendantes.
- Soient $X_1, \dots, X_m, X_{m+1}, \dots, X_n$ des variables aléatoires discrètes indépendantes, alors $f(X_1, \dots, X_m)$ et $g(X_{m+1}, \dots, X_n)$ sont indépendantes.
- Famille de variables aléatoires indépendantes.

Espérance

- Espérance, interprétation, l'espérance ne dépend pas de l'ordre d'énumération, espace L^1 , espérance des lois classiques.
- Si X est à valeurs dans $\mathbb{N} \cup +\infty$, alors $E(X) = \sum_{k=0}^{+\infty} P(X \geq k)$.
- Formule de transfert, linéarité, positivité et croissance de l'espérance.
- Si X est positive et $E(X) = 0$, alors $X = 0$ presque-sûrement.
- Si $|X| \leq Y$, alors $Y \in L^1 \Rightarrow X \in L^1$.
- Si X et Y sont indépendantes, alors $E(XY) = E(X)E(Y)$ (réciproque fausse)

À SAVOIR MONTRER

- CCINP 95
- CCINP 103
- CCINP 106
- CCINP 108
- CCINP 111