Sauf mention contraire, tout est à savoir.

Calcul différentiel

Soient E et F deux $\mathbb{R}$-espaces vectoriels normés de dimension finie. Soient U un ouvert de E et $f : U \to F$ une application.

Dérivée selon un vecteur

- Dérivée selon un vecteur
- Applications partielles et dérivées partielles de fonctions de p variables.

Différentiablité

- Différentiabilité ; unicité ; développement limité à l'ordre un ; différentiable implique continue ; différentielle d'une application constante et linéaire.
- Lien entre différentielle et dérivées partielles : différentiable implique l'existence de dérivées partielles et expression de la différentielle en fonction de celles-ci.
- Opérations sur les différentielles : combinaison linéaire, composition avec une application multilinéaire, composition, dérivée le long d'un arc.
- Gradient et interprétation, expression à l'aide des dérivées partielles.
- Différentielle nulle sur un ouvert connexe par arcs équivaut à avoir une fonction constante.

Fonctions $\mathcal{C}^1$ et $\mathcal{C}^k$

- Fonctions de classe $\mathcal{C}^1$;caractérisation à l'aide des dérivées partielles ; opérations et compositions sur la dérivation ; matrices jacobienne et lien avec les dérivées partielles.
- Règle de la chaîne, applications aux changements de variable affine et en polaire et exemple d'équation aux dérivées partielles, complément : Laplacien en polaire.
- Dérivées d'ordre su'érieur, fonctions de classe $\mathcal{C}^k$ et l'espace vectoriel $\mathcal{C}^k(U, F)$
- Fonction de classe $\mathcal{C}^2$: théorème de Schwarz, Hessienne, développement limité à l'ordre deux.
- Équations aux dérivées partielles (utilisation de changements de variables, notamment affine, polaire), exemple : équation de D'Alembert.

Extrema

- Extrema locaux, points critiques, condition nécéssaire pour avoir un extremum local avec les points critiques, recherche d'extrema locaux, recherche d'extrema sur un compact.
- Dans le cas $\mathcal{C}^2$, utilisation de la Hessienne pour avoir une condition nécessaire ou suffisante d'extremum.

Vecteur tangent à une partie

- Définition, espace tangent, plan tangent, espace tangent et plan tangent d'un graphe d'une fonction de deux variables.
- Optimisation sous contrainte : maximum d'une fonction f restreinte à un espace M ou de la forme $\{x \in \Omega,\ g(x) = 0\}$.

À SAVOIR MONTRER

- CCINP 33
- CCINP 41
- CCINP 52
- CCINP 56
- CCINP 58
- 1. On pose $g(r,\theta) = f(r\cos\theta, r\sin\theta)$. Exprimer $\frac{\partial f}{\partial x}$ et $\frac{\partial f}{\partial y}$ en fonction de $\frac{\partial g}{\partial r}$ et $\frac{\partial g}{\partial \theta}$.
  2. Rechercher les fonctions $h \in \mathcal{C}^2(\mathbb{R}_+^*, \mathbb{R})$ telles que $f : (x,y) \mapsto h(x^2+y^2)$ vérifie $\Delta f = 0$ sur $\mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\}$.