Interrogation : Algèbre linéaire

MP *Chaptal*

Cours : Soit E un $\mathbb{K}$-espace vectoriel et $E_1, ..., E_p$ des sous-espacs vectoriels de E. Quelle est la définition de $E_1 + ... + E_p$ est directe ?

Exercice :
Soit $f : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$.

1. Montrer que f est un endomorphisme de $\mathbb{C}$ considéré comme un $\mathbb{R}$-espace vectoriel si et seulement s'il existe deux nombres complexes a, b tels que $\forall z \in \mathbb{C}, f(z) = az + b\bar{z}$.
2. Montrer l'unicité du couple (a, b).
3. Montrer que f est un projecteur si et seulement si $a^2 + |b|^2 = a$ et $b(a + \bar{a}) = b$.
4. Montrer que f est un projecteur différent de l'endomorphisme nul et de l'identité si et seulement si $\mathrm{Re}(a) = \dfrac{1}{2}$ et $|a| = |b|$.

Interrogation : Algèbre linéaire

MP *Chaptal*

Cours : Soit E un $\mathbb{K}$-espace vectoriel et $E_1, ..., E_p$ des sous-espacs vectoriels de E. Quelle est la définition de $E_1 + ... + E_p$ est directe ?

Exercice :
Soit $f : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$.

1. Montrer que f est un endomorphisme de $\mathbb{C}$ considéré comme un $\mathbb{R}$-espace vectoriel si et seulement s'il existe deux nombres complexes a, b tels que $\forall z \in \mathbb{C}, f(z) = az + b\bar{z}$.
2. Montrer l'unicité du couple (a, b).
3. Montrer que f est un projecteur si et seulement si $a^2 + |b|^2 = a$ et $b(a + \bar{a}) = b$.
4. Montrer que f est un projecteur différent de l'endomorphisme nul et de l'identité si et seulement si $\mathrm{Re}(a) = \dfrac{1}{2}$ et $|a| = |b|$.

Interrogation : Algèbre linéaire

MP *Chaptal*

Cours : Soit E un $\mathbb{K}$-espace vectoriel et $E_1, ..., E_p$ des sous-espacs vectoriels de E. Quelle est la définition de $E_1 + ... + E_p$ est directe ?

Exercice :
Soit $f : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$.

1. Montrer que f est un endomorphisme de $\mathbb{C}$ considéré comme un $\mathbb{R}$-espace vectoriel si et seulement s'il existe deux nombres complexes a, b tels que $\forall z \in \mathbb{C}, f(z) = az + b\bar{z}$.
2. Montrer l'unicité du couple (a, b).
3. Montrer que f est un projecteur si et seulement si $a^2 + |b|^2 = a$ et $b(a + \bar{a}) = b$.
4. Montrer que f est un projecteur différent de l'endomorphisme nul et de l'identité si et seulement si $\mathrm{Re}(a) = \dfrac{1}{2}$ et $|a| = |b|$.