Interrogation : Intégration

MP *Chaptal*

Cours : Énoncer le théorème sur les sommes de Riemann, en rappelant les hypothèses.

Exercices :

On pose : $\forall x \in [0,+\infty[,\ F(x) = \displaystyle\int_0^1 \frac{\mathrm{e}^{-x^2(1+t^2)}}{1+t^2}\,\mathrm{d}t$ et $G(x) = \displaystyle\int_0^x \mathrm{e}^{-u^2}\,\mathrm{d}u$.

1. Montrer que F est $\mathcal{C}^\infty$ sur $[0,+\infty[$ et exprimer $F'(x)$.
2. Montrer que $G^2(x) = \dfrac{\pi}{4} - F(x)$.
3. En déduire la valeur de $\displaystyle\int_0^{+\infty} \mathrm{e}^{-u^2}\,\mathrm{d}u$.

Interrogation : Intégration

MP *Chaptal*

Cours : Énoncer le théorème sur les sommes de Riemann, en rappelant les hypothèses.

Exercices :

On pose : $\forall x \in [0,+\infty[,\ F(x) = \displaystyle\int_0^1 \frac{\mathrm{e}^{-x^2(1+t^2)}}{1+t^2}\,\mathrm{d}t$ et $G(x) = \displaystyle\int_0^x \mathrm{e}^{-u^2}\,\mathrm{d}u$.

1. Montrer que F est $\mathcal{C}^\infty$ sur $[0,+\infty[$ et exprimer $F'(x)$.
2. Montrer que $G^2(x) = \dfrac{\pi}{4} - F(x)$.
3. En déduire la valeur de $\displaystyle\int_0^{+\infty} \mathrm{e}^{-u^2}\,\mathrm{d}u$.

Interrogation : Intégration

MP *Chaptal*

Cours : Énoncer le théorème sur les sommes de Riemann, en rappelant les hypothèses.

Exercices :

On pose : $\forall x \in [0,+\infty[,\ F(x) = \displaystyle\int_0^1 \frac{\mathrm{e}^{-x^2(1+t^2)}}{1+t^2}\,\mathrm{d}t$ et $G(x) = \displaystyle\int_0^x \mathrm{e}^{-u^2}\,\mathrm{d}u$.

1. Montrer que F est $\mathcal{C}^\infty$ sur $[0,+\infty[$ et exprimer $F'(x)$.
2. Montrer que $G^2(x) = \dfrac{\pi}{4} - F(x)$.
3. En déduire la valeur de $\displaystyle\int_0^{+\infty} \mathrm{e}^{-u^2}\,\mathrm{d}u$.

Interrogation : Intégration

MP *Chaptal*

Cours : Énoncer le théorème sur les sommes de Riemann, en rappelant les hypothèses.

Exercices :

On pose : $\forall x \in [0,+\infty[,\ F(x) = \displaystyle\int_0^1 \frac{\mathrm{e}^{-x^2(1+t^2)}}{1+t^2}\,\mathrm{d}t$ et $G(x) = \displaystyle\int_0^x \mathrm{e}^{-u^2}\,\mathrm{d}u$.

1. Montrer que F est $\mathcal{C}^\infty$ sur $[0,+\infty[$ et exprimer $F'(x)$.
2. Montrer que $G^2(x) = \dfrac{\pi}{4} - F(x)$.
3. En déduire la valeur de $\displaystyle\int_0^{+\infty} \mathrm{e}^{-u^2}\,\mathrm{d}u$.