Cours : Donner la formule de Bayes avec ses hypothèses.

Exercice :

Soit n un entier naturel supérieur à 2. On définit une probabilité uniforme sur l'ensemble $\Omega = \{1, 2, \dots, n\}$.

Pour un entier p divisant n , on introduit l'événement $D_p = \{1 \leq k \leq n, p \text{ divise } k\}$.

1. Calculer $P(D_p)$.
2. Soit $n = p_1^{\alpha_1} \times \dots \times p_r^{\alpha_r}$ la décomposition de n en facteurs premiers. Les événements $D_{p_1}, \dots, D_{p_r}$ sont-ils mutuellement indépendants ?
3. Soient $n \in \mathbb{N}^*$ et φ l'indicatrice d'Euler (le nombre d'éléments de Ω premiers avec n). Déduire de la question précédente que :
$$\frac{\varphi(n)}{n} = \prod_{i=1}^r \left(1 - \frac{1}{p_i}\right).$$

Cours : Donner la formule de Bayes avec ses hypothèses.

Exercice :

Soit n un entier naturel supérieur à 2. On définit une probabilité uniforme sur l'ensemble $\Omega = \{1, 2, \dots, n\}$.

Pour un entier p divisant n , on introduit l'événement $D_p = \{1 \leq k \leq n, p \text{ divise } k\}$.

1. Calculer $P(D_p)$.
2. Soit $n = p_1^{\alpha_1} \times \dots \times p_r^{\alpha_r}$ la décomposition de n en facteurs premiers. Les événements $D_{p_1}, \dots, D_{p_r}$ sont-ils mutuellement indépendants ?
3. Soient $n \in \mathbb{N}^*$ et φ l'indicatrice d'Euler (le nombre d'éléments de Ω premiers avec n). Déduire de la question précédente que :
$$\frac{\varphi(n)}{n} = \prod_{i=1}^r \left(1 - \frac{1}{p_i}\right).$$

Cours : Donner la formule de Bayes avec ses hypothèses.

Exercice :

Soit n un entier naturel supérieur à 2. On définit une probabilité uniforme sur l'ensemble $\Omega = \{1, 2, \dots, n\}$.

Pour un entier p divisant n , on introduit l'événement $D_p = \{1 \leq k \leq n, p \text{ divise } k\}$.

1. Calculer $P(D_p)$.
2. Soit $n = p_1^{\alpha_1} \times \dots \times p_r^{\alpha_r}$ la décomposition de n en facteurs premiers. Les événements $D_{p_1}, \dots, D_{p_r}$ sont-ils mutuellement indépendants ?
3. Soient $n \in \mathbb{N}^*$ et φ l'indicatrice d'Euler (le nombre d'éléments de Ω premiers avec n). Déduire de la question précédente que :
$$\frac{\varphi(n)}{n} = \prod_{i=1}^r \left(1 - \frac{1}{p_i}\right).$$