Interrogation : Réduction

MP *Chaptal*

Cours : Soit $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$. Donner deux critères de trigonalisation de A sur $\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$.

Exercice :
Soit E un $\mathbb{K}$-espace vectoriel de dimension $n \in \mathbb{N}^*$ ainsi que deux endomorphismes u et v de E. On suppose que u et v commutent et u diagonalisable avec n valeurs propres distinctes.

1. Montrer que tous les vecteurs propres de u sont également vecteurs propres de v.
2. Montrer que v est diagonalisable dans une même base que u.
3. Montrer qu'il existe $(a_k)_{0 \leqslant k \leqslant n-1} \in \mathbb{K}^n$ telle que $v = \sum_{k=0}^{n-1} a_k u^k$.

Interrogation : Réduction

MP *Chaptal*

Cours : Soit $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$. Donner deux critères de trigonalisation de A sur $\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$.

Exercice :
Soit E un $\mathbb{K}$-espace vectoriel de dimension $n \in \mathbb{N}^*$ ainsi que deux endomorphismes u et v de E. On suppose que u et v commutent et u diagonalisable avec n valeurs propres distinctes.

1. Montrer que tous les vecteurs propres de u sont également vecteurs propres de v.
2. Montrer que v est diagonalisable dans une même base que u.
3. Montrer qu'il existe $(a_k)_{0 \leqslant k \leqslant n-1} \in \mathbb{K}^n$ telle que $v = \sum_{k=0}^{n-1} a_k u^k$.

Interrogation : Réduction

MP *Chaptal*

Cours : Soit $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$. Donner deux critères de trigonalisation de A sur $\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$.

Exercice :
Soit E un $\mathbb{K}$-espace vectoriel de dimension $n \in \mathbb{N}^*$ ainsi que deux endomorphismes u et v de E. On suppose que u et v commutent et u diagonalisable avec n valeurs propres distinctes.

1. Montrer que tous les vecteurs propres de u sont également vecteurs propres de v.
2. Montrer que v est diagonalisable dans une même base que u.
3. Montrer qu'il existe $(a_k)_{0 \leqslant k \leqslant n-1} \in \mathbb{K}^n$ telle que $v = \sum_{k=0}^{n-1} a_k u^k$.

Interrogation : Réduction

MP *Chaptal*

Cours : Soit $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$. Donner deux critères de trigonalisation de A sur $\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$.

Exercice :
Soit E un $\mathbb{K}$-espace vectoriel de dimension $n \in \mathbb{N}^*$ ainsi que deux endomorphismes u et v de E. On suppose que u et v commutent et u diagonalisable avec n valeurs propres distinctes.

1. Montrer que tous les vecteurs propres de u sont également vecteurs propres de v.
2. Montrer que v est diagonalisable dans une même base que u.
3. Montrer qu'il existe $(a_k)_{0 \leqslant k \leqslant n-1} \in \mathbb{K}^n$ telle que $v = \sum_{k=0}^{n-1} a_k u^k$.